ORSAY
Série A.
N° d'ordre :
43

# THÈSES

PRÉSENTÉES

## A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

## LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

**Yves LE TILLY**

PREMIÈRE THÈSE

## Étude des problèmes posés par l'utilisation des détecteurs de neutrons thermiques en régime impulsionnel Application à la réalisation d'un transféromètre numérique

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté :

Soutenues le 14 décembre 1966 devant la Commission d'Examen

| | | |
|---|---|---|
| M^me^ MARTY | | Président |
| MM. PICINBONO<br>POTTIER | } | Examinateurs |

ORSAY
Série A,
N° d'ordre :
43

# THÈSES

PRÉSENTÉES

## A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

CENTRE D'ORSAY

POUR OBTENIR

## LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

**Yves LE TILLY**

---

PREMIÈRE THÈSE

## Étude des problèmes posés par l'utilisation des détecteurs de neutrons thermiques en régime impulsionnel Application à la réalisation d'un transféromètre numérique

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté :

Soutenues le 14 décembre 1966 devant la Commission d'Examen

| | | |
|---|---|---|
| M^me^ MARTY | | Président |
| MM. PICINBONO<br>POTTIER | } | Examinateurs |

# UNIVERSITÉ DE PARIS – FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

## Professeurs

Le Doyen
M. ZAMANSKY

| | | |
|---|---|---|
| MM. | PRENANT | T Anatomie & histologie comparée |
| | GRASSE | T Evolution des êtres organisés |
| | PREVOST | T Chimie organique |
| | WYART | T Minéralogie & cristallographie |
| | TEISSIER | T Zoologie |
| | AUGER | T Physique quantique & relativité |
| | MONNIER | T Physiologie générale |
| | PIVETEAU | T Paléontologie |
| | ROCARD | T Physique E.N.S. |
| | CARTAN | T Mathématiques E.N.S. |
| | LAFFITTE | T Chimie générale |
| | N... | T Géométrie supérieure |
| | COULOMB | T Physique du globe |
| Mlle | COUSIN | T Biologie animale SPCN |
| MM. | CHRETIEN | T Chimie minérale |
| | BOCQUET | T Zoologie |
| | KASTLER | T Physique E.N.S. |
| | EPHRUSSI | T Génétique |
| | GAUTHERET | T Biologie végétale CPEM |
| | LUCAS R. | Recherches physiques |
| | THOMAS A. | T Biologie cellulaire |
| | MORAND | T Physique enseignement |
| | SOLEILLET | T Physique CPEM |
| | FORTIER | T Mécanique expérimentale des fluides |
| | DRACH | T Zoologie |
| | QUENEY | T Météorologie & dynamique de l'atmosphère |
| | GALLIEN | T Embryologie |
| | EICHHORN | T Botanique |
| | DE CUGNAC | T Biologie végétale SPCN |
| Mlle | CAUCHOIS | T Chimie physique |
| MM. | THELLIER | T Physique du globe |
| | PONCIN | T Mécanique générale |
| | DUBREIL | T Arithmétique & théorie des nombres |
| | QUELET | T Chimie organique |
| | CAGNIARD | T Géophysique appliquée |
| | CHAMPETIER | T Chimie macromoléculaire |
| | CUVILLIER | T Micropaléontologie |
| | JUNG | T Géologie |
| | TRILLAT | T Microscopie & diffraction électronique |
| | WIEMANN | T Chimie organique & structurale |
| | VASSY | T Physique de l'atmosphère |
| | DESTOUCHES | T Théorie physique |
| | AMIEL | T Chimie générale |
| | HOCART | T Minéralogie & cristallographie |
| | J.P. MATHIEU | T Physique optique |
| | COUTEAUX | T Cytologie |
| | CHOQUET | T Théorie des fonctions & topologie |
| | FELDMANN | T Biologie végétale marine |
| | JOST | T Physiologie comparée |
| | FORTET | T Calcul des probabilités & physique mathématiques |
| | SCHWARTZ | T Calcul différentiel & intégral |
| | CHOUARD | T Physiologie végétale |
| | MALAVARD | T Aviation (technique aéronautique) |
| | BRELOT | T Analyse supérieure |
| | NORMANT | T Synthèse organique |
| | BENARD | T Chimie appliquée |
| | DUGUE | T Statistique mathématique |
| | SOULAIRAC | T Psychophysiologie |
| | ULRICH | T Physiologie végétale appliquée |
| | KIRRMANN | T Théories chimiques |
| | CHADEFAUD | T Botanique |
| Mlle | LE BRETON | T Physiologie de la nutrition |
| MM. | LELONG | T Application de l'analyse à la géométrie |
| | DEVILLERS | T Anatomie & histologie comparées |
| | EHRESMANN | T Topologie algébrique |
| | FRANÇON | T Physique SPCN |
| | GLANGEAUD | T Géographie physique, géologie dynamique |
| | DODEMENT | T Mathématiques MGP |
| | PISOT | T Technique mathématique de la physique |
| | ROCH | T Géologie |
| | SCHATZMANN | T Astrophysique |
| | TERMIER | T Géologie générale |
| | ZAMANSKY | T Mathématiques générales |
| | LENNUIER | T Physique M.G.P. |
| | ROUTHIER | T Géologie appliquée |
| Mme | TONNELAT | T Physique théorique |
| MM. | DIXMIER | T Mathématiques M.P.C. |
| | SOUCHAY | T Chimie générale |
| | AIGRAIN | T Electrotechnique |
| | BRUSSET | T Chimie systématique |
| M. | LEVY | T Physique théorique des hautes énergies |
| Mme | CHAIX | T Chimie biologique |
| | HUREL PY | T Biologie végétale CPEM |
| MM. | PANNETIER | T Chimie générale I |
| | BRUN | T Mécanique des fluides I |
| Mme | DUBREIL | T Mathématiques (Agrégation) |
| Mme | LELONG | T Mathématiques II E.N.S. |
| MM. | BELLAIR | T Géologie S.P.C.N. |
| | COTTE | T Physique électricité |
| | DUBOIS J.E. | T Chimie organique physique |
| | LAMOTTE | T Zoologie E.N.S. |
| | OLMER | T Energétique générale |
| | GAUTHIER | T Mécanique appliquée |
| | BARCHEWITZ | T Chimie physique |
| | BROSSEL | T Physique atomique |
| | BUSER | T Physiologie comparée |
| | CAMUS | T Physiologie végétale |
| | CURIEN | T Minéralogie & cristallographie |
| | POSSOMPES | T Zoologie |
| | PULLMANN | T Chimie quantique |
| | TEILLAC | T Physique nucléaire & radio-activité |
| | VILLE | T Econométrie |
| | WILLEMART | T Chimie CPEM |
| | FREYMANN | T Recherches physiques |
| | ROLLET | T Chimie minérale |
| Mlle | JOSIEN | T Chimie SPCN |
| MM. | CHEVALLEY | T Géométrie algébrique & théorie des groupes |
| | GERMAIN | T Mécanique théorique des fluides |
| | LUCAS G. | T Géologie |
| | ALLARD | T Chimie physique |
| | BERTHELOT | T Physique des particules fondamentales |
| | BRICARD | T Météorologie |
| Mme | ALBE-FESSARD | T Psycho-physiologie |
| MM. | JULIA | T Etude des molécules naturelles complexes |
| | MAGAT | T Physico-chimie des rayonnements |
| Mlle | QUINTIN | T Electrochimie |
| MM. | MONOD | T Chimie du métabolisme |
| | DE POSSEL | T Analyse numérique |
| | CHARLOT | T Chimie analytique |
| | CHATELET | T Chimie CPEM |
| | MATTLER | T Physique SPCN |
| | BOUISSIERES | T Radiochimie |
| Mme | COUTURE | T Thermodynamique & mécanique physique |
| MM. | FRANC | T Biologie animale CPEM |
| | SCHNELL | T Botanique tropicale |
| | STOLKOWSKI | T Physiologie générale |
| | ACHER | T Chimie biologie |
| | BAUDOIN | T Biologie animale CPEM |
| | BEAUMONT | Biologie animale SPCN |
| | BLAMONT | Géophysique ionosphère |
| | BOUREAU | T Botanique |
| | CURIE D. | Physique MGP |
| | DURAND DELGA | T Géologie |
| | HELLER | T Physiologie végétale |
| | TORTRAT | T Calcul des probabilités |
| | CAILLEUX | T Géologie SPCN |
| | MAGNAN | Physique électricité |
| | DAUDEL | T Mécanique ondulatoire |
| Mlle | FOURCROY | Biologie végétale SPCN |
| Mme | CHOQUET BRUHAT | Mécanique analytique & mécanique céleste |
| Mlle | VEIL | T Physiologie générale |
| MM. | LWOFF | T Microbiologie |
| | SIESTRUNCK | T Mécanique physique & expérim. |
| | CABANNES | T Mécanique générale |
| | CAIRE | T Géographie physique & géologie dynamique |
| | COMOLET | Mécanique des fluides |
| | DELLOUE | T Physique de l'exosphère |
| | HOUILLON | Biologie animale CPEM |
| | OLIVIER | Anthropologie |
| | SAMUEL | T Mathématiques (ENS Jeunes filles) |
| | THIRY | T Mécanique céleste |
| | ABELES | T Physique SPCN |
| | AMAT | T Thermodynamique |
| | AUBOIN | T Géologie |
| Mme | BENOIT-GUEUTAL | T Physique nucléaire & radio-activité |
| M. | BOUGIS | Biologie végétale marine Villefranche s/Mer |
| MM. | RIGAUDY | T Chimie SPCN |
| | COLLONGUES | Chimie CPEM |
| | DUBERT | Biochimie |
| | NOZIERES | Physique générale |
| | CADIOT | Chimie organique |
| | IVANOFF | Océanographie physique |
| | FRANÇOIS | Zoologie |
| | TALBOT | Génie chimique |
| Mme | NOUGAREDE | Botanique |
| MM. | BRUHAT | T Mathématiques MPC |
| | FOURNET | Electricité générale |
| | DEHEUVELS | T Mathématiques propédeutique |
| | FURON | T Géologie SPCN |
| Mme | GANS | T Génétique |
| MM. | GENEVES | Biologie végétale CPEM |
| | HUPE | T Pétrographie |
| | HOLLANDE | T Biologie générale |
| | LIONS | T Analyse numérique |
| | MAITTE | T Chimie organique |
| | NICOLAS | Géologie appliquée |
| | PANIGEL | Biologie générale |
| | RAVIER | T Pétrographie |
| | MOREL F. | T Physiologie comparée |
| | ROSEAU | T Mécanique théorique des fluides |
| | ROUBINE | Electronique E.S.E. |
| | SILBER | T Chimie CPEM |
| | UEBERSFELD | T Electronique |
| | | T Théories physiques |
| | HERVE | T Mathématiques |
| Mme | PECKER-WIMEL | T Astrophysique |
| MM. | BALKANSKI | Physique M.P.C. |
| | LE CORRE | T Electricité |
| | NATAF | T Physique nucléaire & radio-activité |
| | ECHALIER | Biologie animale CPEM |
| | BARRAUD | T Physique CPEM |
| | DARS | Géologie structurale & appliquée |
| | CAMEFORT | T Botanique (agrégation) |
| | VICHNIEWSKY | T Mécanique industrielle |
| | SIGWALT | T Chimie SPCN |
| | BLAQUIERE | Electronique |
| | BARUCH | Physique propédeutique |
| | ARNOUS | T Physique théorique |
| | SLONIMSKI | Génétique |
| | MALLIAVIN | T Mathématiques propédeutique |
| | GAUDEMAR | Chimie propédeutique |
| | BROUSSE | T Mécanique théorique |
| | ROSCH | T Astronomie |
| | GUY | T Physique expérimentale |
| | LAZARD | Mathématiques MPC |
| | MOREL P. | Physique MPC |
| | ARSAC | Programmation |
| | LEFEBVRE | Chimie MPC |
| | BOK | Physique propédeutique |
| | CHAPEVILLE | Biochimie |
| | BENOIT | Physique CPEM |
| | RIO | Chimie CPEM |
| | JAUZEIN | Géologie ENS |
| | PREVOST G. | Biologie végétale CPEM |
| | FAVARD P. | Biologie animale CPEM |
| Mme | CHARNIAUX-COTTON | Evolution des êtres organisés |
| Mlle | FICINI | Chimie CPEM |
| MM. | LEQUEUX | Astronomie |
| | COHEN TANNOUDJI | Physique atomique |
| | TAVERNIER | Physique CPEM |
| | DURAND Michel | Biologie animale SPCN |
| | PASCAUD | Physiologie |
| Mme | PETIT | Biologie animale CPEM |
| MM. | CAGNAC | Physique agrégation |
| | FALK-VAIRANT | Physique nucléaire |
| | KRASNER | T Mathématiques |
| | BENZECRI | T Statistiques |
| | VINH MAU | Physique M.G.P. |
| | DUQUESNES | Physique CPEM |
| | SCHUTZENBERGER | Programmation |
| | TREMILLON | Chimie MPC |
| | FAYARD | Chimie MPC |
| | BUVET | Chimie CPEM |
| | AUTHIER | Physique MPC |
| | PICINBONO | T Physique CPEM |
| | BONNEFILLE | Electrotechnique |
| Mme | PUISEUX DAO | Biologie végétale |

# UNIVERSITÉ DE PARIS – FACULTÉ DES SCIENCES D'ORSAY

## Professeurs

| | | |
|---|---|---|
| MM. | MANGENOT G. | T Biologie végétale |
| | JACQUINOT P. | T Optique |
| | GUINIER A. | T Electricité & physique des solides |
| | GRIVET P. | T Electronique |
| | BLANC-LAPIERRE A. | T Accélérateur linéaire |
| | L'HERITIER P. | T Génétique des virus |
| | LEMEE G. | T Ecologie végétale |
| | MOYSE A. | T Physiologie végétale |
| | DODE M. | T Chimie thermodynamique |
| | DENY J. | T Mathématiques |
| | RIVIERE A. | T Géologie générale & sédimentologie |
| | MICHEL A. | T Chimie minérale |
| | MAY R. | T Anatomie comparée |
| | DELANGE H. | T Mathématiques |
| | CHAPELLE J. | T Physique expérimentale |
| | LACOMBE P. | T Métallurgie |
| | BENOIT P. | T Physiologie générale |
| | GUINOCHET J. | T Biologie végétale SPCN |
| | NERON A. | T Mathématiques |
| | NOZERAN R. | T Botanique approfondie |
| | CASTAING R. | T Thermodynamique |
| | ELLENBERGER F. | T Géologie structurale |
| | LEDERER E. | T Chimie biologique |
| | RIZET J. | T Génétique |
| | LENDER T. | T Biologie animale SPCN |
| | POITOU G. | T Mathématiques |
| | FREON P. | T Chimie organique |
| | TONNELAT | T Biologie physico-chimique |
| | BRUNN Jan | T Géologie historique |
| | JEAN M. | T Physique nucléaire |
| MM. | BERGERARD J. | T Zoologie |
| | ROGER J. | T Paléontologie |
| | LEFORT M. | T Chimie nucléaire |
| | LAGARRIGUE A. | T Physique des hautes énergies |
| | JULLIEN J. | T Chimie structurale organique |
| | ARNULF A. | T Optique |
| | ROUAULT M. | T Diffraction électronique |
| | MARECHAL A. | T Optique théorique et appliquée |
| | MAZET R. | T Mécanique générale |
| | DAVID Serge | T Chimie agrégation |
| | GUERIN H. | T Chimie des gaz et des combustibles |
| | LESIEUR L. | T Mathématiques MPC et algèbre |
| | KOURGANOFF | T Astronomie |
| | ARNOULT P. | T Physique électronique |
| | KAHANE J.P. | T Mathématiques |
| | BROCHARD J. | T Physique propédeutique |
| Mme | ROIZEN | T Physique C.P.E.M. |
| MM. | BERTEIN F. | T Electronique |
| | MALGRANGE B. | T Mathématiques |
| | CORABOEUF E. | T Physiologie animale |
| | FRIEDEL J. | T Physique des solides |
| | CHEVAUGEON J. | T Cryptogamie |
| | MEYER P. | T Physique théorique & atomique |
| | LEHMANN P. | T Accélérateur linéaire |
| | CHABBAL R. | T Physique propédeutique |
| | DELCROIX J.M. | T Physique des plasmas |
| | CERF J. | T Mathématiques |
| | D'ESPAGNAT B. | T Physique théorique |
| | SCHAEFFER P. | T Microbiologie |
| | DE GENNES P. | T Physique des solides |
| Mme | MARTY N. | Physique propédeutique |
| MM. | GOURDIN M. | Physique théorique |
| | PEREZ-Y-JORBA | Physique propédeutique |
| | GORENFLOT E. | Biologie végétale SPCN |
| | RIOU M. | Physique nucléaire |
| | BROUSSE R. | Géologie S.P.C.N. |
| | LIORET C. | Physiologie végétale |
| | CLAUSER H. | Chimie biologique |
| | JANCOVICI B. | Physique atomique |
| | LURCAT J. | Physique propédeutique |
| | LE BERRE J. | Entomologie |
| | LAVOREL J. | Biophysique |
| | PERIO P. | Physique propédeutique |
| | FETIZON M. | Stéréochimie |
| | CHEMLA M. | Chimie des isotopes |
| | MAZIERES C. | Chimie SPCN |
| | VILKAS M. | Chimie C.P.E.M. |
| | BLANDIN A. | Physique des solides |
| | BRUN G. | Génétique |
| | MERCOUROFF | Physique agrégation |
| | ANDRE J. | Microscopie électronique |
| | CHEVALLIER F. | Physiologie animale |
| Mlle | MARCOU | Biologie cellulaire C.P.E.M. |
| MM. | BOURDU R. | Physiologie végétale |
| | BERKALOFF A. | Biologie animale CPEM |
| Mlle | LEFORT M. | Biologie cellulaire CPEM |
| Mme | LAMBERT | Physique C.P.E.M. |
| MM. | BIZOT J.C. | Physique M.P.C. |
| | GUIRAUD J.P. | Mécanique |
| | LABOUESSE B. | Chimie SPCN |

UNIV. LEIDEN BIBL.

# CHAPITRE I

# INTRODUCTION

La création récente de chambres à fissions rapides permet d'envisager une généralisation de leur emploi pour les mesures de flux de neutrons dans les réacteurs nucléaires. Ces détecteurs présentent en effet de nombreuses qualités ; en particulier, ils sont insensibles aux rayons $\gamma$ qui constituent toujours un signal parasite difficile à éliminer avec les autres types de détecteurs et la forme même du signal qu'ils fournissent (suite d'impulsions) permet de très facilement le mettre sous forme numérique. Il suffit en effet d'effectuer une suite de comptages.

Nous avons étudié quelques problèmes posés par les traitements des signaux fournis par ces détecteurs, en particulier lorsqu'ils sont utilisés pour des mesures de fonctions de transfert de réacteurs ou toute autre expérience d'oscillations. Nous montrons en particulier que la chaîne de détection peut être schématisée par un atténuateur qui ajoute au signal à détecter un bruit de moyenne nulle dont le spectre de puissance est blanc, et qu'une division du signal par N préalablement à tout traitement peut aussi être schématisée par une source de bruit blanc de moyenne nulle et d'intensité $\frac{N^2}{12}$. Cette étude nous a permis de réaliser un transféromètre numérique qui effectue en temps réel l'analyse harmonique des signaux provenant de ces détecteurs ou plus généralement des signaux ayant la forme d'une suite d'impulsions modulée en fréquence.

Ce transféromètre est constitué de l'analyseur proprement dit et d'un oscillateur-pilote à quartz ; la bande de fréquence dans laquelle il peut être utilisé s'étend de moins de $10^{-3}$ Hz à plus de $10^3$ Hz ; le rapport signal sur bruit des résultats ne dépend que de la durée des mesures.

D'autre part, nous avons étudié en analogie avec ce transféromètre, les possibilités de réalisation d'un analyseur de spectre de puissance de signaux aléatoires dans la bande de fréquence 0,01 Hz - $10^4$ Hz.

# CHAPITRE II

# PROPRIÉTÉS DES DÉTECTEURS A FISSIONS

## II.1 - INTERETS DES DETECTEURS A FISSIONS

L'intérêt des détecteurs à fissions tient surtout à leur immunité au bruit ; on peut en juger en les comparant sur ce plan aux détecteurs les plus utilisés jusqu'ici : les détecteurs à désintégration fonctionnant en "courant" [1].

Ces détecteurs sont constitués d'une chambre à ionisation (figure II.1) contenant du Bore ou un de ses dérivés, les neutrons sont détectés par l'intermédiaire des produits de la réaction :

$$^{10}_{5}B + ^{1}_{0}N \longrightarrow ^{4}_{2}He + ^{3}_{7}Li + 2,78 \text{ MeV}$$

qui ionisent le gaz contenu dans la chambre.

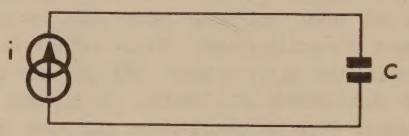



Figure II.1 :

Chaque neutron provoquant cette réaction, procure une impulsion de courant $i_{(t)}$ dont la forme dépend de la géométrie et du gaz de remplissage de la chambre, ainsi que de la tension appliquée entre les électrodes (sa durée peut être de quelques millisecondes).

Cette impulsion est ensuite intégrée par le dipole formé par la capacité du détecteur et la résistance d'entrée du préamplificateur qui le suit, la constante de temps d'intégration étant de l'ordre de $10^{-2}$ secondes.

Ces détecteurs réalisent pratiquement une conversion digitale-analogique puisque le phénomène à détecter est discret et le signal de sortie continu. L'inconvénient de ce principe de détection est qu'il met en jeu une transformation non réversible et ceci se traduit par l'impossibilité d'éliminer complètement après le détecteur l'influence des rayons $\gamma$ qui, eux aussi, par l'intermédiaire des électrons qu'ils produisent avec les parois et le gaz du détecteur, fournissent des impulsions de courant.

Pratiquement on peut tout de même diminuer l'influence du rayonnement $\gamma$ au premier ordre, c'est-à-dire pour la moyenne d'ensemble $\overline{s}_{(t)}$ du signal $s_{(t)}$, ceci en mesurant indépendamment l'intensité du rayonnement $\gamma$ grâce à une autre chambre à ionisation ne contenant pas de Bore mais aussi semblable que possible pour toutes ses autres caractéristiques à la première chambre (chambres compensées). Ces mesures demandent tout de même de nombreux réglages et ajoutent un bruit de fond important.

Les détecteurs à fissions ne connaissent pas ces inconvénients parce que contrairement à cette première solution ils éliminent au maximum l'intégration de chaque évènement détecté ; il est alors possible, suivant la forme des impulsions ou, plus simplement, suivant leur amplitude, de discriminer les impulsions correspondant à la capture d'un neutron ou au contraire d'un $\gamma$.

La réaction n'est plus la désintégration du bore qui ne libère que des particules trop faiblement ionisantes mais la fission de l'uranium 235 ; les produits de fission ayant une énergie de l'ordre de 80 MeV, il est facile de discriminer les impulsions en fonction de leurs amplitudes.

## II. 2 - CARACTERISTIQUES DES SIGNAUX FOURNIS PAR LES DETECTEURS A FISSIONS

Nous allons étudier plus en détail les relations entre les signaux fournis par un ensemble de détection à fissions (détecteur, amplificateur, discriminateur) et le phénomène à détecter.

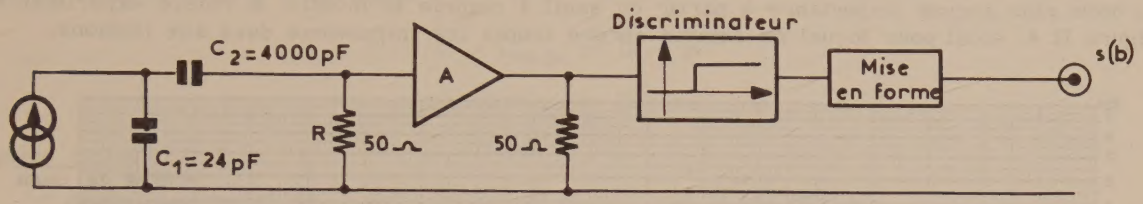



Figure II. 2 :

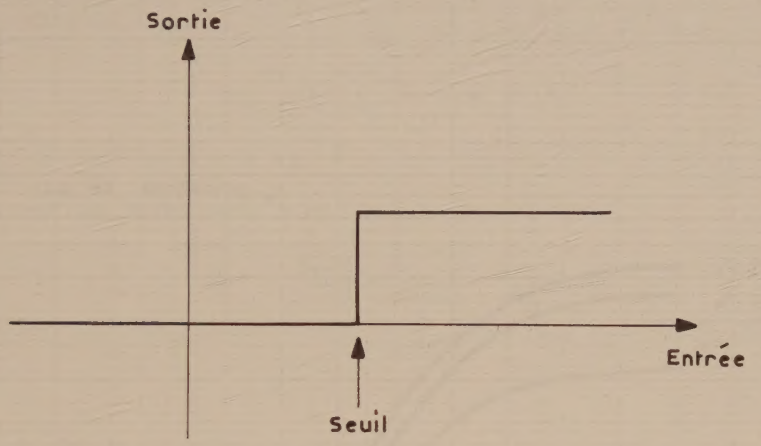



Figure II. 3 :

Les exemples numériques sont traités avec les caractéristiques du détecteur CF U7 suivi d'un amplificateur PAR 2 000 et d'un discriminateur (figure II. 2). Les impulsions $i_{(t)}$ fournies par la chambre d'ionisation ont une forme approximativement gaussienne et une largeur d'environ 40 ns. L'amplificateur a un gain de 2 000, des impédances d'entrée et de sortie de 50 Ω et un temps de montée de 7 ns. Le discriminateur peut être représenté par un circuit non linéaire, sans mémoire, dont la caractéristique de transfert est représentée figure II. 3, suivi d'un circuit de mise en forme ; le seuil est réglable de manière continue entre 0 et 10 Volts ; à chaque fois que la tension à l'entrée du discriminateur passe en croissant par la valeur de seuil affichée, le discriminateur délivre une impulsion négative d'environ 40 ns de durée et de 5 V d'amplitude.

On demande à cet ensemble de détection que le signal qu'il fournit soit une image aussi fidèle que possible du flux de neutrons dans lequel il est placé. Ce flux étant aléatoire [2] on ne s'intéresse en général qu'aux deux premiers moments de sa distribution de probabilité (moyenne de $\Phi_{(t)}$ et fonction d'autocorrélation ou spectre de puissance de $\Phi_{(t)}$ lorsque $\Phi_{(t)}$ est stationnaire).

La fidélité de la chaîne de détection peut être altérée principalement par trois phénomènes :

- la présence d'impulsions parasites dues à la discrimination des pics du bruit de fond de l'amplificateur, à la radioactivité α propre à $^{235}U$, et aux interactions des rayons γ avec le gaz de remplissage et les parois du détecteur,

- la sensibilité limitée du détecteur, la sensibilité étant définie par le rapport

$$\frac{\text{Nombre d'impulsions détectées par seconde}}{\text{Flux dans la région du détecteur}}$$

- la bande passante limitée de la chaîne de détection.

Influence des impulsions parasites

Les impulsions dues aux rayons $\gamma$ sont d'amplitudes beaucoup plus faibles que les impulsions dues aux fissions ou aux particules $\alpha$ [1] ; elles sont donc complètement éliminées par le discriminateur.

Les autres causes de bruit ne sont pas négligeables pour des seuils de discrimination faibles ; mais n'ont plus aucune importance à partir du seuil 4 comme le montre le relevé expérimental de la figure II. 4, seuil pour lequel on compte encore toutes les impulsions dues aux fissions.

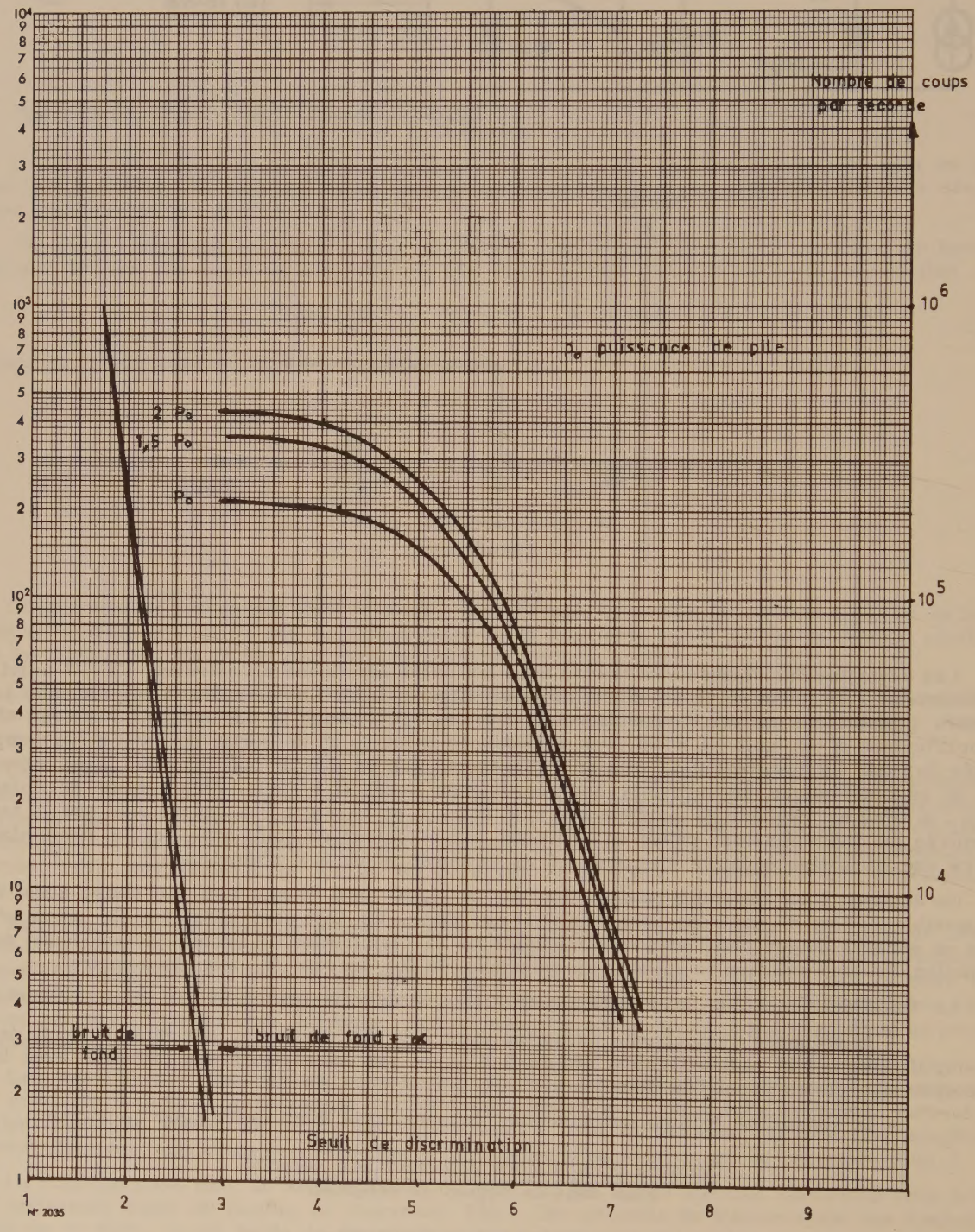



Figure II. 4

Influence de la sensibilité du détecteur

Le nombre n de neutrons qui traversent le détecteur pendant un temps $\Delta t$ est proportionnel au flux $\Phi$ dans la région du détecteur $n = k \Phi \Delta t$.

Soit p la probabilité pour qu'un neutron traversant le détecteur produise une fission. En négligeant les corrélations entre fissions dues au détecteur, la probabilité d'avoir D fissions pendant le temps $\Delta t$ dans un flux $\Phi$ est égale à :

$$P\ (D/\Phi) = C^{D}_{k\Phi\,\Delta t}\ p^{D}\ (1 - p)^{k\Phi\,\Delta t - D}$$

(distribution de Bernoulli)

Premier moment

Le premier moment de la distribution de la variable D est égal à :

$$\bar{D} = \int_0^\infty D \int_0^\infty P_{(\Phi)}\ P_{(D/\Phi)}\ d\Phi\ dD$$

en changeant l'ordre d'intégration,

$$\bar{D} = \int_0^\infty P_{(\Phi)} \int_0^\infty D\ P_{(D/\Phi)}\ dD\ d\Phi$$

$$\bar{D} = k\ p\ \Delta t\ \bar{\Phi}$$

la sensibilité s du détecteur étant égale à kp

$$\boxed{\bar{D} = s\ \bar{\Phi}\ \Delta t}$$

Deuxième moment

On a

$$P_{(D_1\ D_2/\Phi_1\ \Phi_2)} = \int_0^\infty \int_0^\infty P_{(\Phi_1,\ \Phi_2)}\ P_{(D_1/\Phi_1)}\ P_{(D_2/\Phi_2)}\ d\Phi_1\ d\Phi_2$$

$$\overline{D_1\ D_2} = \iint_0^\infty D_1\ D_2 \iint_0^\infty P_{(\Phi_1\ \Phi_2)}\ P_{(D_1/\Phi_1)}\ P_{(D_2/\Phi_2)}\ d\Phi_1\ d\Phi_2\ dD_1\ dD_2$$

en changeant l'ordre d'intégration on obtient :

$$\boxed{\overline{D_1\ D_2} = s^2\ \Delta t_1\ \Delta t_2\ \overline{\Phi_1\ \Phi_2}}$$

et

$$\boxed{\overline{D^2} = s^2\ \Delta t^2\ \overline{\Phi^2} + (1 - p)\ \overline{D}}$$

p est en général très petit devant 1, de l'ordre de $10^{-2}$ à $10^{-3}$ [1].

Le détecteur se comporte donc comme un atténuateur bruyant qui ajoute au signal un bruit de moyenne nulle dont le spectre de puissance est blanc, d'intensité D ; l'importance de cette source de bruit étant d'autant plus grande devant les fluctuations du signal à détecter que la sensibilité s du détecteur est faible. On montre dans l'annexe 1 que très souvent cette source de bruit blanc due au détecteur masque complètement la partie corrélée de $\Phi_{(t)}$.

Influence de la bande passante

On a vu que le discriminateur délivre une impulsion lorsque le signal à son entrée passe en croissant par la valeur du seuil. Les impulsions à la sortie de l'amplificateur ont une largeur d'environ $\tau$ = 40 ns. Lorsque deux fissions sont trop rapprochées les impulsions correspondantes s'ajoutent et il est possible dans ces conditions que le signal entre ces deux fissions ne descende

pas au-dessous du seuil ; le discriminateur ne délivre donc une impulsion correspondant à une fission que si un certain temps $\tau'$ s'est écoulé depuis la fission précédente. Le discriminateur se comporte comme un temps mort paralysable.

$\tau'$ dépend du seuil d et de la bande passante de l'ensemble par l'intermédiaire de $\tau$.

La probabilité d'avoir une impulsion à la sortie du discriminateur pendant l'intervalle t, t + dt est égale au produit des probabilités d'avoir une impulsion à l'entrée du discriminateur à t, t + dt et de ne pas en avoir pendant l'intervalle t - $\tau'$, t.

En supposant le flux stationnaire soit $\varepsilon(\tau')$ cette dernière probabilité $\varepsilon(\tau')$ est inférieure à 1 et est une fonction décroissante de $\tau'$ ; la fréquence moyenne des impulsions à la sortie du discriminateur est donc inférieure à la fréquence moyenne des fissions dans le détecteur ; d'autre part la fonction d'autocorrélation du signal est déformée (figure II. 5).

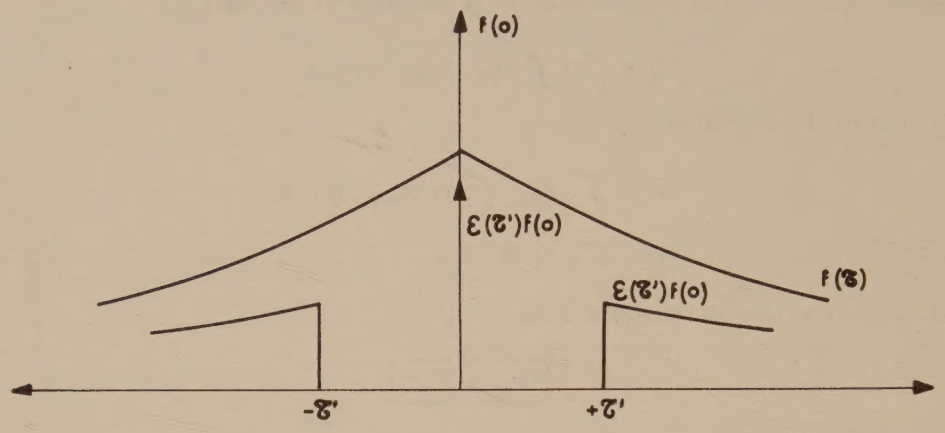



Figure II. 5 :

Exemple

Supposons les fissions poissonniennes, de fréquence moyenne $\rho$ et $\tau' = 40\ 10^{-9}$ seconde, cette valeur correspondant à peu près au détecteur CF U7 suivi de l'amplificateur PAR 2 000.

Dans ce cas $\varepsilon(\tau') = e^{-\rho\tau'}$ et la fréquence moyenne à la sortie du discriminateur est égale à $\rho\ e^{-\rho\tau'}$. On voit que le gain de l'ensemble de détection $e^{-\rho\tau'}$ n'est pas linéaire, il varie avec le signal d'entrée.

Le gain de la chaîne de détection, la fonction d'autocorrélation et le spectre de puissance du signal à la sortie du détecteur sont représentés sur les figures II. 6 et II. 7. On voit sur ces courbes que le détecteur CF U7 peut fonctionner à des taux de comptage de l'ordre de $10^6$ tout en n'apportant pratiquement aucune non-linéarité dans la transmission de $\bar{\Phi}_{(t)}$ ni aucune modification au moment du second ordre de $\Phi_{(t)}$ qui soit due à sa bande passante limitée.

Toutefois les non-linéarités qui se manifestent pour $\rho > 10^6$ limitent très sérieusement les possibilités d'emploi de ce détecteur pous les mesures de bruit de fond.

On montre dans l'Annexe 1 que ces mesures de bruit de fond nécessitent une efficacité du détecteur de $10^{-4}$. Cette efficacité ne peut être obtenue, tout en restant dans le domaine linéaire de fonctionnement du détecteur, que pour des réacteurs dont la puissance est inférieure à 1 Watt.

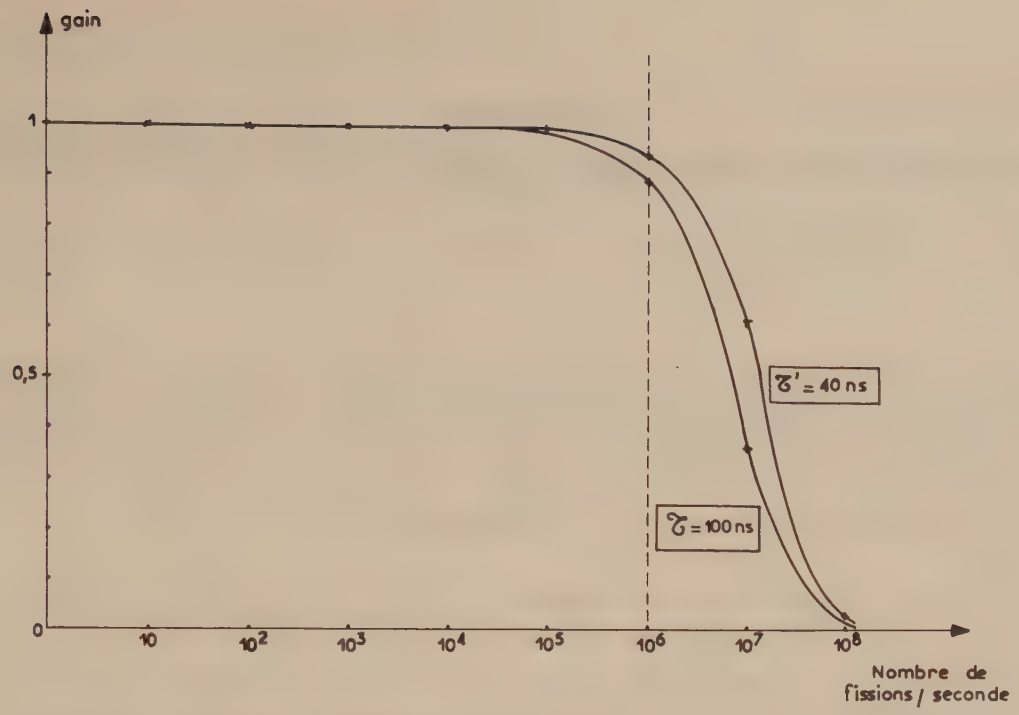



Figure II. 6 : Gain de l'ensemble de détection (CFU7, PAR - 2 000 discriminateur)

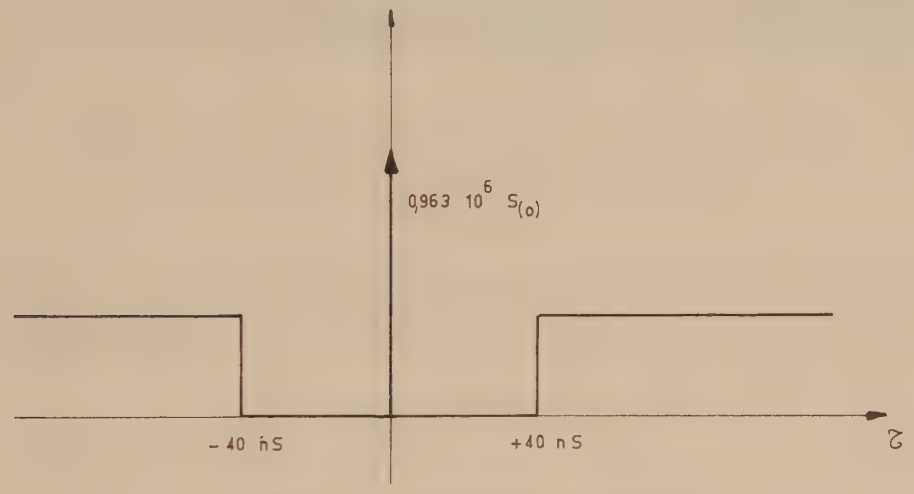



Figure II. 7 a : fonction d'autocorrélation

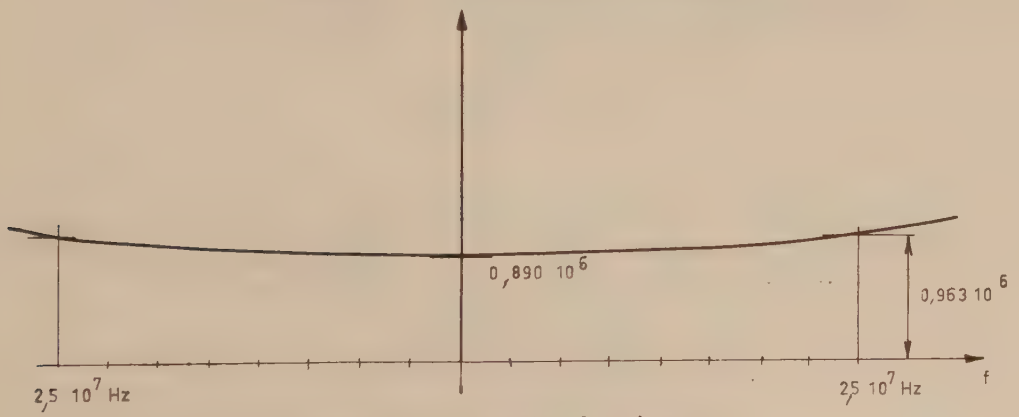



Figure II. 7 b : spectre de puissance

CHAPITRE III

# DIVISION DE LA SUITE D'IMPULSIONS FOURNIE PAR LES DÉTECTEURS A FISSIONS

Le signal fourni par un détecteur à fissions est un signal numérique, c'est-à-dire que nous ne pouvons le définir qu'à des instants discrets par des valeurs quantifiées. La manière la plus simple de représenter l'évolution de ce signal dans le temps consiste à effectuer une suite de comptages de durée $2\tau_j$ entre les instants $t_j - \tau_j$, $t_j + \tau_j$ et à dire que le flux $\Phi_{(t)}$ au temps $t_j$ est proportionnel au résultat du comptage $t_j - \tau_j$, $t_j + \tau_j$. On dispose ainsi d'une suite $s'_{(t_j)}$ d'échantillons que nous supposerons que la suite, périodique de fréquence $\frac{1}{2\tau}$ afin de ne pas surcharger les notations.

La fréquence utile d'échantillonnage dépend de la bande de fréquences occupée par le phénomène à étudier ; dans les expériences d'oscillations elle peut être de l'ordre de $\frac{1}{10}$ Hz, avec un taux de comptage $\rho = 10^6$ impulsions par seconde. On voit que le nombre de digits à mettre en mémoire pour chaque échantillon est grand (de l'ordre de 25 en binaire pur). Il faut donc étudier dans quelles limites on peut quantifier les valeurs de ces échantillons, cette quantification pouvant être facilement effectuée en faisant passer la suite d'impulsions à travers un diviseur par N. Un diviseur par N est constitué par un compteur qui libère une impulsion lorsqu'il en a reçu N ; on peut le représenter par le schéma équivalent de la figure III. 1.

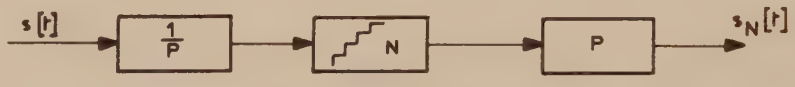
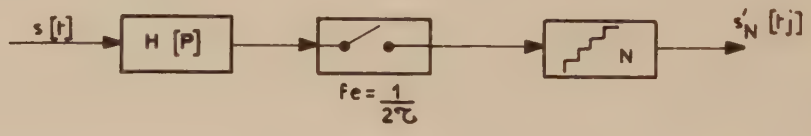



Figure III. 1

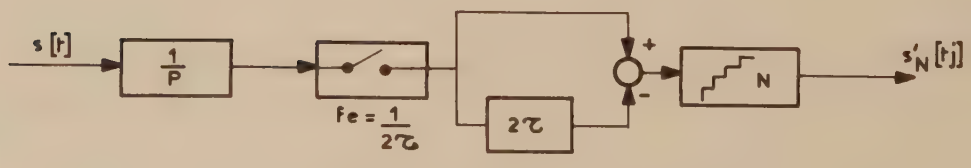
L'utilisation de ce diviseur est envisagée de deux manières différentes :

- En lui imposant périodiquement aux instants t - $\tau$ une valeur initiale,
- En le laissant libre.

On a représenté figure III. 2 les schémas équivalents à ces deux utilisations.




diviseur conditionné




diviseur libre

Figure III. 2

III. 1 - VALEUR INITIALE IMPOSEE PERIODIQUEMENT

On désigne par I l'état initial du diviseur. I représente le nombre d'impulsions qu'il doit compter avant de délivrer la première impulsion.

$s'_N(t_j)$ représente l'échantillon $s'(t_j)$ quantifié.

La caractéristique de transfert qui définit $s'_N(t_j)$ à partir de $s'_N(t_j)$ est une courbe en escalier - figure III. 3.

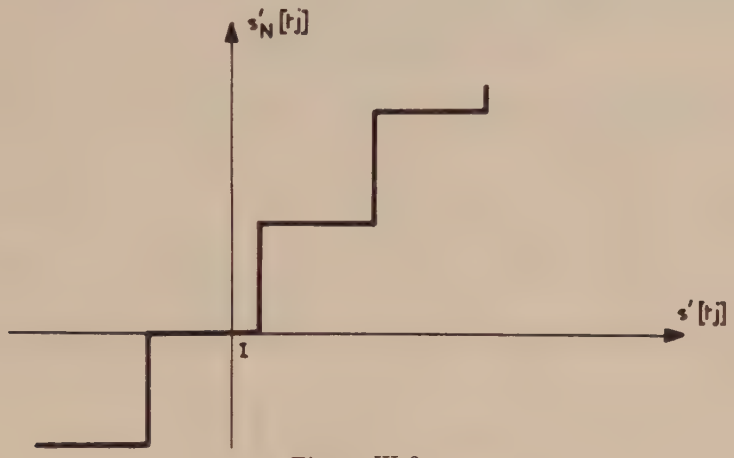



Figure III. 3

Les échantillons $s'(t_j)$ sont aléatoires et on les supposera de distribution gaussienne, les effets de la division sont donc définis par les relations qui existent entre les distributions de probabilités de $s'(t_j)$ et $s'_N(t_j)$

On a $$P\ [s'(t_j)] = \frac{1}{\sqrt{2\ \pi \sigma_j^2}}\, e^{-\frac{(s'(t_j) - \overline{s'(t_j)})^2}{2\ \sigma_j^2}}$$

$\sigma_j$ étant la variance de la distribution $P[s'(t_j)]$ $s'_N(t_j)$ prend ses valeurs dans la suite 0, N, 2N, 3N, ..., la probabilité pour que $s'_N(t_j)$ soit égale à kN est égale à la probabilité pour que $s'(t_j)$ soit dans l'intervalle I + (k - 1) N, I + kN.

$$P[s'_N(t_j) = k] = \int_{I + (k-1)N}^{I + kN} P[s'(t_j)]\ ds'(t_j)$$

On peut représenter la relation entre $P[s'(t_j)]$ et $P[s'_N(t_j)]$ comme le résultat des deux opérations :

- un filtrage de $P[s(t_j)]$ considérée comme fonction de $s'(t_j)$ ($s'(t_j)$ prenant ses valeurs sur l'intervalle $-\infty, +\infty$) à travers un filtre $F(s'(t_j))$ de réponse impulsionnelle :

$$F(s'(t_j)) = 1 \text{ pour } -I \leqslant s'(t_j) \leqslant N - I$$

$$0 \text{ ailleurs}$$

- un échantillonnage aux points kN.

L'approximation de $P\,s'(t_j)$ à une distribution gaussienne est valable lorsque $\overline{s'(t_j)}$ est suffisamment grand pour que

$$\frac{1}{\sqrt{2\ \pi \sigma_j^2}}\, e^{-\frac{(s(t_j) - \overline{s'(t_j)})^2}{2\ \sigma_j^2}}$$

soit négligeable pour $s(t_j) < 0$.

En effet $s'(t_j)$ étant le résultat d'un comptage $P[s'(t_j)]$ doit être nul pour $s'(t_j) < 0$.

Ces conditions étant réalisées, on peut étendre l'échantillonnage aux points - N, - 2N, ... la contribution de ces points à $P[s'_N(t_j)]$ est très faible et cet artifice facilite les calculs qui vont suivre.

En effet les opérations qui permettent de passer de $P[s'(t_j)]$ à $P[s'_N(t_j)]$ sont linéaires. On peut donc très facilement obtenir la transformée de Fourier $\varphi_N(u)$ de $P[s'_N(t_j)]$ à partir de $\varphi(u)$ transformée de Fourier de $P[s'(t_j)]$.

La transformée de Fourier de $F[s'(t_j)]$ étant égale à :

$$\mathcal{F}(u) = \frac{\sin u\, N/2}{u\, N/2}\, e^{-ju\,(N/2 - I)}$$

On a :

$$\varphi_N(u) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \varphi(u - lu_o)\, \frac{\sin(u - lu_o)}{(u - lu_o)}\, e^{-j(u - lu_o)\left(\frac{N}{2} - I\right)} \qquad \left(u_o = \frac{2\pi}{N}\right)$$

$$\varphi_N(u) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} e^{\left[-\frac{\sigma_j^2}{2}(u - lu_o) + s'(t_j)\, j(u - lu_o)\right]}\, \frac{\sin(u - lu_o)}{(u - lu_o)\, N/2}\, e^{-j(u - lu_o)\left(\frac{N}{2} - I\right)}$$

$\varphi_N(u)$ étant la fonction caractéristique de $P[s'_N(t_j)]$ on obtient les premiers moments de $P[s'_N(t_j)]$ à partir des formules

$$\overline{s'_N(t_j)} = -j \left[\frac{d\varphi_N(u)}{du}\right]_{u=0}$$

$$\overline{s'_N(t_j)^2} = -\left[\frac{d^2\varphi_N(u)}{du^2}\right]_{u=0}$$

Valeur moyenne de $s'_N(t_j)$

$$s'_N(t_j) = -j \left[\frac{d\varphi_N(u)}{du}\right]_{u=0} = \overline{s'_{t_j}} + \frac{N}{2} - I - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{+\infty} e^{-\frac{\sigma_j^2}{2}(lu_o)^2}\, \frac{\cos lu_o\, N/2}{lu_o}\, \sin lu_o \left(\overline{s'_{t_j}} + \frac{N}{2} - I\right)$$

l'erreur de centrage ramenée par la quantification est égale à :

$$\Delta s'(t_j) = \frac{N}{2} - I - \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{+\infty} e^{-\frac{\overline{s'\, t_j}}{2}(lu_o)^2}\, \frac{\cos lu_o\, N/2}{lu_o}\, \sin lu_o \left(\overline{s'(t_j)} - I - \frac{N}{2}\right)$$

Elle est nulle lorsque I est égal à $\frac{N}{2}$ et $\overline{s'(t_j)}$ est multiple de $\frac{N}{2}$.

La première condition est facilement réalisable en initiallisant le diviseur à $\frac{N}{2}$, on la supposera remplie ; la deuxième condition par contre ne peut pas être systématiquement satisfaite puisque en général $\overline{s'(t_j)}$ est inconnue et variable avec t . Toutefois nous allons voir que l'erreur ramenée est négligeable tant que N reste inférieur à certaines limites.

Nous avons représenté sur la figure III. 4 les fonctions $|\varphi(u)|$, $|\mathcal{F}(u)|$ et $|\varphi_N(u)|$.

La fonction $|\varphi(u)|$ est pratiquement nulle pour $u > \frac{3}{\sigma_j}$. On voit que lorsque $\frac{2}{N}$ est supérieur à $\frac{3}{\sigma_j}$, les lobes secondaires de $\varphi_N(u)$ dus à l'échantillonnage n'interviennent pratiquement pas dans la valeur de $\varphi_N(0)$.

On peut donc écrire lorsque $\frac{1}{N}$ est supérieur à $\frac{1}{2\,\sigma_j}$

$$\left[\frac{l\varphi_n(u)}{du}\right]_{u=0} = \left[\frac{d\varphi(u)\ \mathcal{F}(u)}{du}\right]_{u=0}$$

or $$\left[\frac{d\mathcal{F}_u}{du}\right]_{u=0} = 0 \qquad \text{et} \qquad \varphi(o) = 0$$

donc $$\left[\frac{d\varphi_N(u)}{du}\right]_{u=0} = \left[\frac{d\varphi(u)}{du}\right]_{u=0}$$

la division n'amène donc pas d'erreur de centrage lorsque N est inférieur à $2\,\sigma_j$.

Lorsque N est supérieur à $2\,\sigma_j$ l'influence de l'échantillonnage se fait sentir ; mais on peut vérifier que lorsque $\overline{s'(t_j)} - I + \frac{N}{2}$ est multiple de $\frac{N}{2}$, les dérivées correspondant à des valeurs opposées de 1 s'annulent en u = o et le centrage est conservé.

Précisons ces résultats ; le calcul rigoureux de la somme représentant l'erreur de centrage serait difficile à effectuer, on peut toutefois déterminer une borne supérieure pour cette somme.

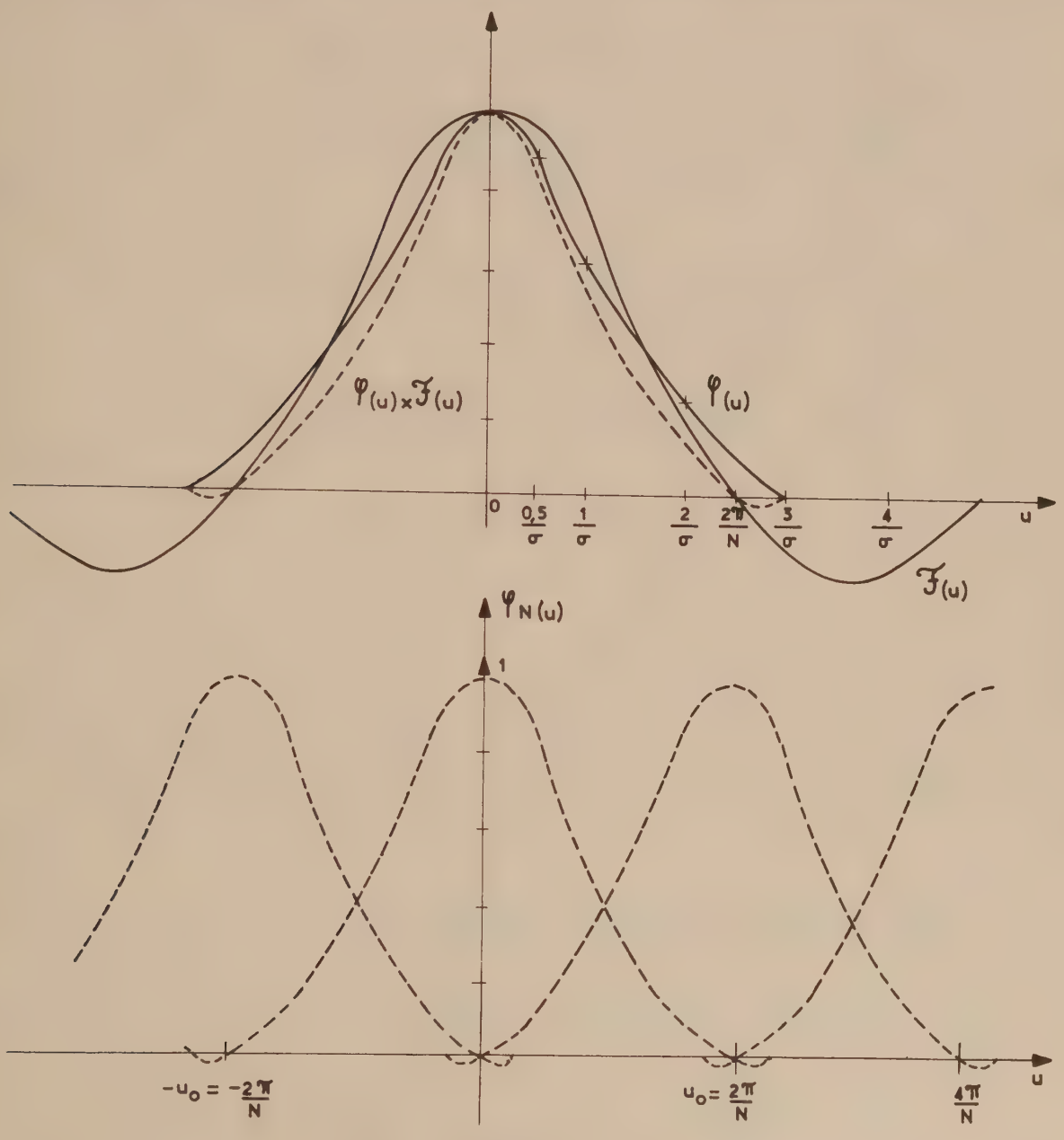



Figure III.4 :

On a $\Delta\overline{s'(t_j)} \leqslant \sum_{l=1}^{+\infty} \frac{e^{-\frac{\sigma_j^2}{2}(lu_o)^2}}{lu_o}$

Les termes $\frac{e^{-\frac{\sigma_j^2}{2}(lu_o)^2}}{lu_o}$ décroissent beaucoup plus vite que $e^{-\frac{\sigma^2}{2}u_o^2 l}$, or l'erreur qu'on fait en assimilant la somme $\sum_{l=1}^{+\infty} e^{-\frac{\sigma_j^2}{2}u_o^2 l}$ à son premier terme $e^{-\frac{\sigma^2}{2}u_o^2}$ est de l'ordre de $e^{-\frac{\sigma^2}{2}u_o^2}$ et si $u_o^2\frac{\sigma^2}{2}$ est supérieur à 1 cette erreur est faible ; a fortiori on peut écrire :

$$\sum_{l=1}^{+\infty} \frac{e^{-\frac{\sigma^2}{2}(lu_o)^2}}{lu_o} \simeq \frac{e^{-\frac{\sigma^2}{2}u_o^2}}{u_o}$$

$\overline{s'(t_j)}$ est donc borné par $\frac{1}{2}\frac{e^{-\frac{\sigma_j^2}{2}u_o^2}}{u_o}$ .

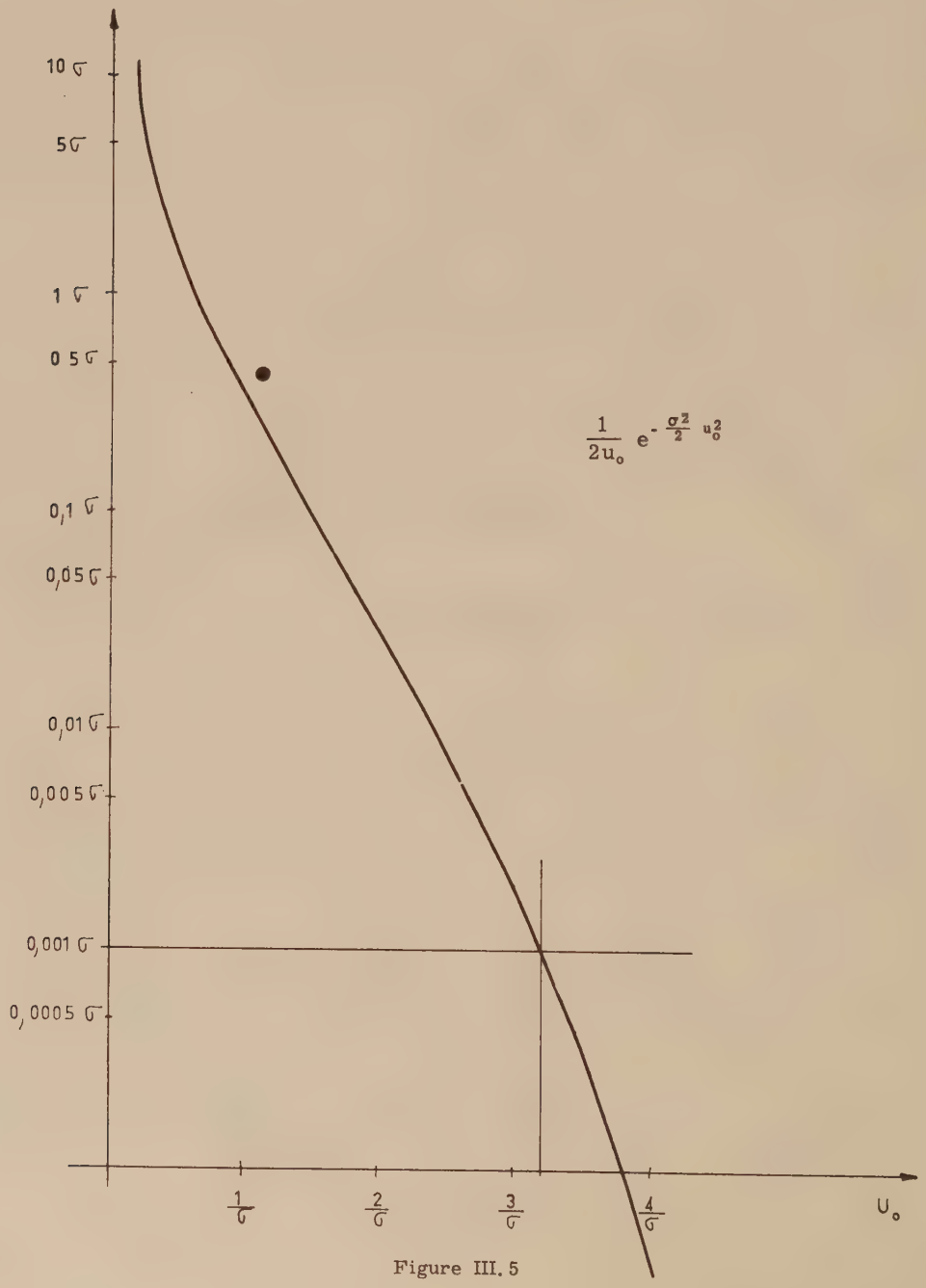



Figure III. 5

La courbe représentative de $\frac{1}{2}\,\frac{e^{-\frac{\sigma_j^2}{2}u^2}}{u}$ est représentée sur la figure III.5, on voit que tant que N reste inférieur à $2\sigma_j$. $\overline{s'(t_j)}$ est inférieur à $\frac{N}{2\,000}$ ou $\frac{\sigma_j}{1\,000}$.

On peut considérer que $2\sigma_j$ est la borne supérieure de N.

Variance de $s'_N(t_j)$

On suppose que N est inférieur à $2\sigma_j$, cette condition nous l'avons vu, permet de négliger l'influence des lobes secondaires de $\varphi_N(u)$.

On a alors :

$$\overline{s'_N(t_j)^2} - \overline{s'_N(t_j)}^2 = -\left[\frac{d^2\,\varphi_N(u)}{du^2}\right]_{u=0} - \overline{s'_N(t_j)}^2$$

et

$$\left[\frac{d^2\varphi_N(u)}{du^2}\right]_{u=0} = \frac{d^2}{du^2}\left[(\varphi(u)\ \mathcal{F}u)\right]_{u=0}$$

sachant que

$$\left[e^{-\frac{\sigma^2}{2}u^2 - ju\,\overline{s'(t_j)}}\right]_{u=0} = \left[\frac{\sin u\,N/2}{u\,N/2}\right]_{u=0} = 1$$

et

$$\frac{d}{du}\left[\left(e^{-\frac{\sigma^2}{2}u^2 - ju\,\overline{s'(t_j)}}\right)\right]_{u=0} = \left[\frac{d}{du}\left(\frac{\sin u\,N/2}{u\,N/2}\right)\right]_{u=0} = 0$$

On trouve

$$\frac{d^2}{du^2}\left[(\varphi_N(u)\right]_{u=0} = -\sigma_j^2 - \frac{N^2}{12} - \overline{s'(t_j)}$$

la variance de $s'_N(t_j)$ est égale à $\sigma_j^2 + \frac{N^2}{12}$.

Tant que N reste inférieur à $2\sigma_j$, la division ajoute à chaque valeur de $s'(t_j)$ une erreur aléatoire de moyenne nulle et de variance $\frac{N}{\sqrt{12}}$ ; il est d'autre part évident que ces erreurs ne sont pas corrélées entre elles pour des échantillons différents puisque le diviseur est initiallisé aux instants $t_j - \tau$ indépendamment de la valeur de l'échantillon précédent.

Le diviseur peut donc être assimilé à une source de bruit blanc, de moyenne nulle et d'intensité $\frac{N^2}{12}$.

Exemple

Soit un signal $s_{(t)}$ sous la forme d'une suite d'impulsions poissoniennes de fréquence moyenne $10^6$, échantillonné sans temps mort à la fréquence de 1 Hertz.

Si on divise chaque échantillon par $2.10^3$ l'erreur systématique relative sur la fréquence sera inférieure à $10^{-6}$ le temps de mesure pour une même précision statistique étant multipliée par $\sqrt{\frac{4}{3}} \simeq 1,15$.

III. 2 - DIVISEUR LIBRE

Valeur moyenne et variance de $s'(t_j)$

Dans ce cas les erreurs $\Delta s'(t_j)$ portant sur des échantillons différents ne sont pas indépendantes entre elles ; en effet supposons qu'à l'instant $t_{j-1} + \tau$ le diviseur contienne $\xi$ impulsions, l'erreur pour l'échantillon j-1 est une erreur de $\xi$ par défaut, par contre ces $\xi$ impulsions sont prises en compte pour l'échantillon suivant j.

L'étude de l'erreur due à la division nécessite la connaissance des deux premiers moments de la distribution des variables aléatoires $\Delta s'(t_1)$, $\Delta s'(t_2)$, ... $\Delta s'(t_H)$.

Nous avons vu que le diviseur étant conditionné à I (il contient alors N-I impulsions) l'erreur sur l'échantillon $s'(t_j)$ est égale à une erreur systématique $\frac{N}{2}$ - I plus une erreur aléatoire $\varepsilon(t_j)$ de moyenne nulle et d'écart type $\frac{N^2}{12}$.

$$\Delta s'(t_j) = \frac{N}{2} + \varepsilon(t_j)$$

Lorsque le diviseur n'est pas initiallisé, I est aléatoire ; pour un échantillon donné sa probabilité a priori étant équidistribuée sur l'intervalle 0, N on a :

$$\overline{\Delta s'(t_j)} = \frac{N}{2} - \bar{I} + \overline{\varepsilon(t_j)} = 0$$

$$\overline{\Delta s'(t_j)^2} = \overline{\left(\frac{N}{2} - I\right)^2} + \overline{\varepsilon(t_j)^2} + 2\,\overline{\left(\frac{N}{2} - I\right)\varepsilon(t_j)}$$

$$\overline{\Delta s'(t_j)^2} = \frac{N^2}{6} - 2\,\overline{I\,\varepsilon(t_j)}$$

Calcul de $\overline{I\,\varepsilon(t_j)}$

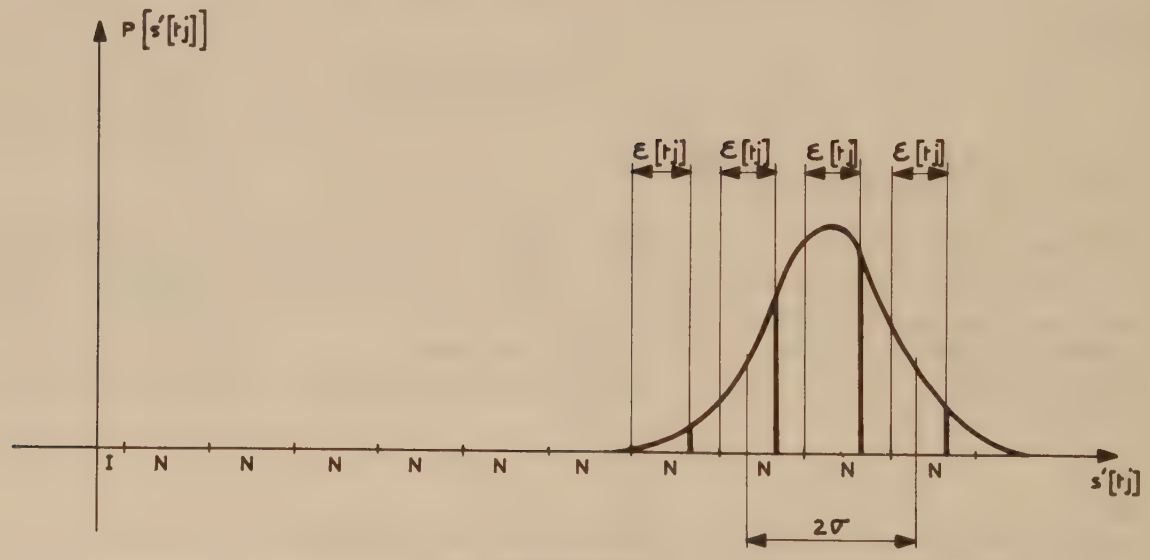



Figure III. 6 :

On voit sur la figure III.6 que la probabilité d'avoir une erreur $\varepsilon(t_j)$, le diviseur contenant N-I impulsions au temps $t_j - \tau$, est égale à :

$$P(\varepsilon(t_j)/I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\,\sigma_j^2}} \sum_{1=-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(I + 1N + \varepsilon(t_j) - \overline{s'(t_j)})^2}{2\sigma_j^2}}$$

En appelant $\delta_{(N)}$ la suite d'impulsions de Dirac aux points d'abscisse $\varepsilon(t_j) + I$, $\varepsilon(t_j) + I \pm N$, etc...

On peut encore écrire :

$$P\left(\varepsilon(t_j)/I\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(N) \frac{1}{\sqrt{2\pi\,\sigma_j^2}}\, e^{-\frac{(s'(t_j) - \overline{s'(t_j)})^2}{2\sigma_j^2}}\, ds'(t_j)$$

ou sous une autre forme, en utilisant le théorème de Parceval

$$P\left(\varepsilon(t_j)/I\right) = \frac{1}{N} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\sigma_j^2}{2}(lu_0)^2 - j\,\overline{s'(t_j)}\,lu_0}\; e^{-j(I + \varepsilon(t_j))\,lu_0}$$

$$P\left(\varepsilon(t_j)/I\right) = \frac{1}{N}\left[1 + 2\sum_{1}^{+\infty} e^{-\frac{\sigma_j^2}{2}(lu_0)^2} \cos lu_0\left(\overline{s'(t_j)} + I + \varepsilon(t_j)\right)\right]$$

Les mêmes remarques qu'à la page 11 montre que N restant inférieur à $2\sigma$ le terme :

$$2\ \Sigma\ e^{-\frac{\sigma_j^2}{2}(lu_0)^2} \cos lu_0\left(\sigma^2 + I + \varepsilon(t_j)\right)$$

est très inférieur à 1.

$\varepsilon(t_j)$ est donc uniformément distribué en probabilité sur (0, N) indépendamment de I

donc $$\overline{I\,\varepsilon(t_j)} = 0$$

et $$\overline{\Delta s'(t_j)^2} = \frac{N^2}{6}$$

Ce résultat justifie l'hypothèse suivant laquelle I pour un échantillon donné est équidistribué sur l'intervalle 0, N et permet d'ignorer l'état initial du diviseur au début de la mesure.

La figure III.7 fournit une représentation graphique de ces résultats ; la somme

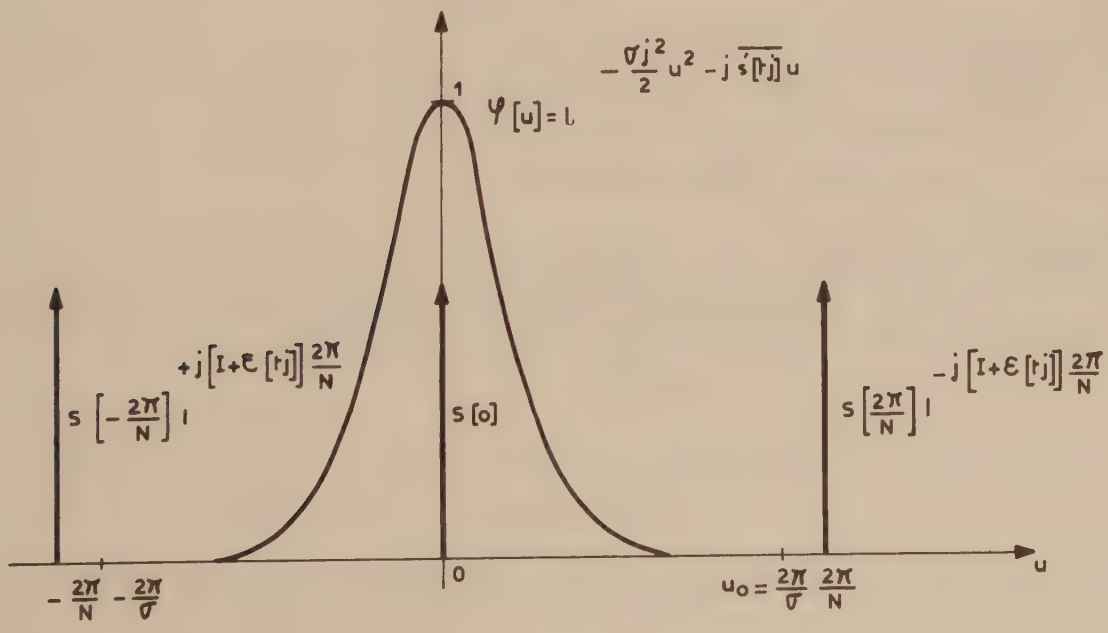



Figure III.7 :

$$2 \sum_{1}^{\infty} e^{-\frac{\sigma^2}{2}(1u_o)^2} \cos\, lu_o(\overline{s'(t_j)} + I + \varepsilon(t_j))$$

est due aux contributions des impulsions de Dirac aux points $\pm 1\ u_o$, 1 variant de 1 à l'infini.

Cette représentation permet d'étendre rapidement ces résultats à d'autres types de distributions que la distribution gaussienne. Si on définit la largeur de la fonction caractéristique correspondant à une distribution de probabilité quelconque par l'abscisse D du point à partir duquel son module reste inférieur à $\frac{1}{100}$ par exemple on peut considérer que N étant inférieur à $\frac{2\pi}{D}$ tous les résultats précédents sont valables.

Corrélation entre échantillons

Calcul de $\overline{\Delta s'(t_j)\ \Delta s'(t_{j+k})}$

Si on s'intéresse à la somme de deux échantillons successifs, l'erreur sur la valeur de cette somme due à la division est encore équidistribuée sur 0, N et

$$\overline{(\Delta s'(t_j) + \Delta s'(t_{j+1})^2} = \frac{N^2}{6} = \frac{N^2}{6} + \frac{N^2}{6} + 2\ \overline{\Delta s'(t_j)\ \Delta s'(t_{j+1})}$$

donc

$$\overline{\Delta s'(t_j)\ \Delta s'(t_{j+1})} = -\frac{N^2}{12}$$

de même

$$\overline{(\Delta s'(t_j) + \Delta s'(t_{j+1}) + \Delta s'(t_{j+2}))^2} = \frac{3N^2}{6} - \frac{2N^2}{6} + 2\ \overline{\Delta s'(t_j)\ \Delta s'(t_{j+2})} = \frac{N^2}{6}$$

$$\overline{\Delta s'\ (t_j)\ \ \Delta s'(t_{j+2})} = 0$$

en continuant ainsi on montre que :

$$\overline{\Delta s'(t_j)\ \Delta s'(t_{j+k})} = -\frac{N^2}{12} \text{ pour } k = 1$$

$$= 0 \qquad \text{pour } k > 1$$

Remarque

Ces conclusions sont limitées aux hypothèses admises qui sont :

- l'échantillonnage est sans temps mort,
- le taux de division N est inférieur à $2\ \sigma_j$.

Exemple d'application

Supposons qu'on veuille mesurer la dérivée par rapport au temps du flux $\Phi_{(t)}$ (par exemple dans une chaîne de sécurité). La solution la plus simple consiste alors à effectuer les soustractions $s'_N(t_j) - s'(t_{j-1})$, les résultats de ces soustractions représentant bien les valeurs de la dérivée de $\Phi_{(t)}$ aux instants $t_j + \tau$ si la fréquence d'échantillonnage est suffisamment grande.

Premier cas - Le diviseur est conditionné :

La variance de l'erreur due à la division pour chaque détermination de $\Phi'_{(t)}$ est $\frac{N^2}{6}$.

Deuxième cas - Le diviseur est libre la variance de l'erreur est $\frac{N^2}{2}$.

Pour cet exemple la première méthode de division est donc préférable ; toutefois ce n'est pas la règle générale ; on verra un autre exemple correspondant à l'analyse harmonique de $\Phi_{(t)}$ où les deux méthodes sont équivalentes.

# CHAPITRE IV
# ÉTUDE D'UN TRANSFÉROMÈTRE NUMÉRIQUE

## IV.1 - BUT ET PRINCIPE DU TRANSFEROMETRE

Cet appareil a été étudié à la demande de physiciens en vue de permettre la mesure rapide et précise de la composante fondamentale d'une variation périodique de flux.

En effet, de nombreuses expériences sur réacteur font appel à des méthodes d'oscillations, que ce soit pour des mesures de fonction de transfert ou pour des mesures de grandeurs physiques telles que la réactivité par exemple.

La première utilisation prévue pour ce transféromètre était l'analyse des signaux fournis par des chambres à fissions, au cours d'expériences d'oscillation, pour des mesures de section efficace effective de matériaux fissiles. Il nous a semblé utile de décrire ici très brièvement la méthode utilisée, ne serait-ce que pour définir précisément le signal à analyser et établir aussi une sorte de cahier des charges pour cet appareil.

Ces expériences sont destinées à mesurer les sections efficaces effectives d'absorption $\Sigma_a$ et de production de neutrons $\nu\Sigma_f$ d'un matériau fissile pour des spectres de neutrons variables.

Le principe de la mesure consiste à faire osciller dans un réacteur dont le réseau détermine le spectre des neutrons, un échantillon du matériau à étudier. On montre (3) que ce déplacement de l'échantillon se traduit par les variations de flux périodiques de deux sortes :

- une variation de flux dans tout le réacteur, due à la variation de réactivité ; on l'appelle "signal global",

- une variation de flux dont l'amplitude en un point décroît très vite avec la distance de ce point à l'échantillon ; on l'appelle "signal local".

Si ces variations de flux sont suffisamment faibles les phénomènes sont pratiquement linéaires, on peut, après avoir mesuré les amplitudes et les phases de ces deux signaux et étalonné le réacteur grâce à des échantillons parfaitement connus, calculer les $\Sigma_a$ et $\nu\Sigma_f$ d'autres échantillons.

La fréquence d'oscillation est en général très faible de $\frac{1}{10}$ Hz à $\frac{1}{100}$ Hz ; elle est choisie de telle manière qu'elle corresponde à un point de déphasage minimum de la fonction de transfert du réacteur.

De même, les amplitudes de modulation des signaux sont très faibles, de l'ordre de 1 % de la puissance moyenne du réacteur. On montre en effet (Annexe 2) [4] que les non-linéarités des équations décrivant le fonctionnement d'un réacteur interviennent pour des indices de modulation supérieurs à cette valeur. Ces non-linéarités amènent des complications dans le dépouillement des résultats.

Propriétés statistiques des signaux

On sait que les signaux fournis par un détecteur à fissions sont aléatoires, premièrement parce que la population neutronique d'un réacteur est aléatoire (Annexe 1), deuxièmement parce que la détection elle-même est aléatoire.

Les indices de modulation des signaux étant très faibles afin de laisser le réacteur fonctionner dans un domaine linéaire, on peut schématiser le signal recueilli par une fonction aléatoire non stationnaire, dont la moyenne d'ensemble $\overline{s_{(t)}}$ est périodique de fréquence $F = \frac{1}{T}$ ; la fonction $\overline{s_{(t_1)}\, s_{(t_2)}} - \overline{s_{(t_1)}}\ \overline{s_{(t_2)}}$ étant stationnaire et égale à $\varphi_{(\tau)}$ ($\tau = t_2 - t_1$).

Ceci revient à négliger l'influence de la modulation dans le calcul de l'erreur due au bruit.

On veut dans ces conditions réaliser le plus rapidement possible (pour des questions de stationnarité et de prix) les mesures de l'amplitude et de la phase de $\overline{s_{(t)}}$ par rapport à la perturbation.

On montre (Annexe 4) que dans le cas particulier ou $\varphi_{(\tau)}$ est nulle pour $\tau \neq 0$ (cas d'un bruit non correlé) la mesure optimale des composantes $\overline{a_{(\omega)}}$ et $\overline{b_{(\omega)}}$ de $\overline{s_{(t)}}$ sur cos $\omega t$ et sin $\omega t$ consiste à calculer :

$$a_{(\omega)} = \frac{2}{T\,K} \int_0^{KT} s_{(t)} \cos \omega t \, dt$$

$$b_{(\omega)} = \frac{2}{T\,K} \int_0^{KT} s_{(t)} \sin \omega t \, dt \qquad (1)$$

$a_{(\omega)}$ et $b_{(\omega)}$ étant alors les meilleures estimations de $\overline{a_{(\omega)}}$ et $\overline{b_{(\omega)}}$ qu'on puisse obtenir à partir de $s_{(t)}$ pendant le temps KT.

La relation $\varphi_{(\tau)} = 0$ pour $\tau \neq 0$ est souvent vérifiée ; nous avons donc choisi d'utiliser dans tous les cas cette méthode de mesure, le calcul des intégrales (1) étant effectué numériquement par le transféromètre.

Nous allons examiner successivement les erreurs sur la détermination de $\overline{a_{(\omega)}}$ et $\overline{b_{(\omega)}}$ dues au calcul numérique des intégrales (1), et dues au caractère aléatoire de $s_{(t)}$ ; les résultats étant valables quelque soit $\varphi_{(\tau)}$.

## IV.2 - ERREURS DUES AU CALCUL NUMERIQUE DES INTEGRALES

Le calcul numérique des intégrales (1) est effectué sur des représentations échantillonnées et quantifiées des fonctions $s_{(t)}$, cos $\omega t$ et sin $\omega t$.

On note ces suites d'échantillons $s'(t_i)$, "cos $\omega t_i$" et "sin $\omega t_i$". $s'(t_i)$ est obtenu par comptage des impulsions $s_{(t)}$ pendant les intervalles de temps $t_i - \tau$, $t_i + \tau$, les instants $t_i$ formant une suite périodique de fréquence $f_e = nF$ ; les valeurs "cos $\omega t_i$" et "sin $\omega t_i$" sont programmées une fois pour toutes dans le transféromètre.

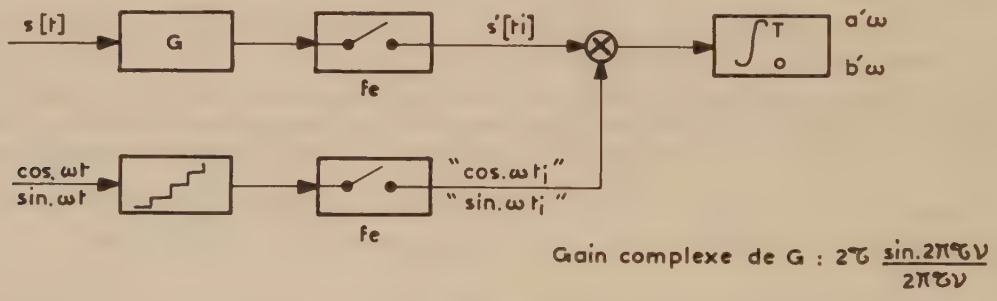



Figure IV.1 :

Les intégrales (1) sont alors remplacées par les sommes :

$$a'_\omega = \sum_{i=1}^{n} \text{"cos } \omega t_i\text{"} \; s'(t_i)$$

$$b'_\omega = \sum_{i=1}^{n} \text{"sin } \omega t_i\text{"} \; s'(t_i)$$

En réalité pour minimiser l'influence des dérives de puissance du réacteur, on montre qu'il faut commencer l'intégration à $t = o$ pour la voie cosinus et $t = \frac{T}{4}$ pour la voie sinus.

$a'_\omega$ et $b'_\omega$ sont donc les résultats de deux suites d'opérations identiques mais décalées de $\frac{T}{4}$.

$$a'_\omega = \sum_{i=1}^{n} \text{"cos } \omega t_i\text{"} \; s'(t_i)$$

$$b'_\omega = \sum_{i=1}^{n} \text{"cos } \omega t_i\text{"} \; s'\left(t_i + \frac{T}{4}\right)$$

On peut représenter les suites d'opérations qui permettent d'obtenir $a'_\omega$ et $b'_\omega$ à partir de $s_{(t)}$ par le schéma équivalent IV.1 où G est un filtre de réponse impulsionnelle

$$G_{(t)} = \begin{cases} 1 & |t| < \tau \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

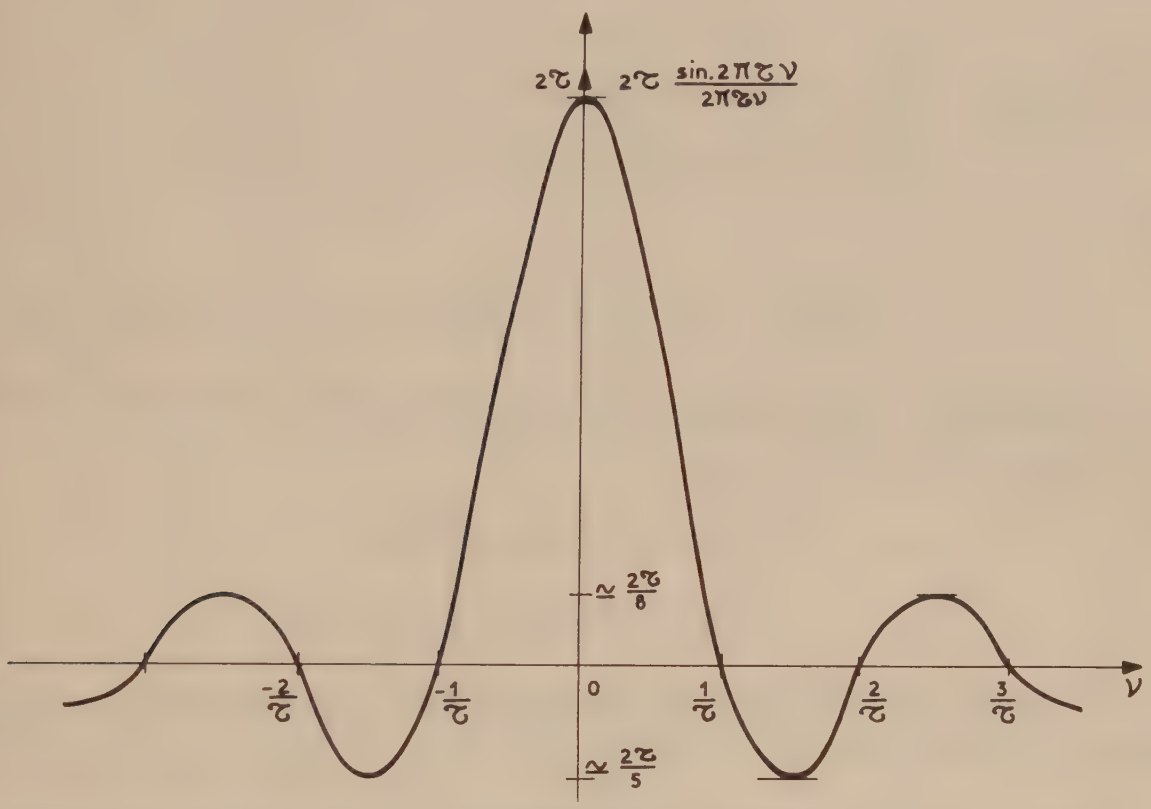



Figure IV.2 :

Les paramètres qui définissent les opérations effectuées par le transféromètre sont le temps d'intégration 2 $\tau$, la fréquence d'échantillonnage $f_e = nF$ et la précision de la quantification de $\cos \omega t_i$ et $\sin \omega t_i$. Nous allons déterminer leur importance respective dans la précision des mesures de $a_\omega$ et $b_\omega$.

Influence de la fréquence d'échantillonnage $f_e$ et du temps $\tau$

On suppose la quantification de $\cos \omega t_i$ parfaite.

$$\overline{a'_\omega} = \sum_{i=1}^{n} \cos \omega t_i \; \overline{s'(t_i)}$$

$$\overline{b'_\omega} = \sum_{i=1}^{n} \cos \omega t_i \; \overline{s'\left(t_i - \frac{T}{4}\right)}$$

On remplace ces sommes par des intégrales sur l'intervalle $-\infty$, $+\infty$ en introduisant la fonction $\delta\left(t - \frac{T}{n}\right)$ formée d'une suite infinie périodique d'impulsions de Dirac de fréquence $f_e$, coïncidant avec les points $t_i$ et la fonction $H_{(t)}$ égale à 1 sur l'intervalle 0, T, nulle ailleurs.

$$\overline{a'_\omega} = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta\left(t - \frac{T}{n}\right) H_{(t)} \cos \omega t \; \overline{s'_t} \; dt$$

$$\overline{b'_\omega} = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta\left(t - \frac{T}{n}\right) H_{(t)} \cos \omega t \; \overline{s'_{(t - \frac{T}{4})}} \; dt$$

Ces transformations permettent de calculer $\overline{a'_\omega}$ et $\overline{b'_\omega}$ à partir de la représentation en fréquence de $\overline{s'_{(t)}}$. $\overline{s'_{(t)}}$ est une fonction périodique de fréquence $F = \frac{1}{T}$ ; on peut la décomposer en série de Fourier

$$\overline{s'_{(t)}} = C'_0 + C'_1 e^{j 2\pi \frac{t}{T}} + C'^{\dagger}_1 e^{-j 2\pi \frac{t}{T}} + C'_2 e^{4\pi \frac{t}{T}} + \ldots$$

sa transformée de Fourier au sens des distributions est :

$$\mathcal{F}\overline{[s'_{(t)}]} = C'_o \, \delta(\nu) + \sum_{k=1}^{\infty} C'_k \, \delta(\nu - kF) + C'^{\dagger}_k \, \delta(\nu + kF)$$

et

$$\mathcal{F}\overline{[s'_{t + \frac{T}{4}}]} = C'_o \, \delta(\nu) + \sum_{k=1}^{\infty} C'_k \, e^{j \frac{\pi k F T}{2}} \, \delta(\nu - kF) + C'^{\dagger}_k \, e^{-\frac{j\pi k F T}{2}} \delta(\nu + kF)$$

Les coefficients $C'_k$ sont reliés aux coefficient $C_k$ de la transformée de Fourier de $\overline{s_{(t)}}$ par le gain du filtre G à la fréquence kF.

En utilisant le théorème de Parceval :

$$a'_{(\omega)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}\left[ H_{(t)} \, \delta\left(t - \frac{T}{n}\right) \cos \omega t \right] \mathcal{F}^{\dagger} [s'_{(t)}] \; d\nu$$

$$b'_{(\omega)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}\left[ H_{(t)} \, \delta\left(t - \frac{T}{n}\right) \cos \omega t \right] \mathcal{F}^{\dagger} [s'_{(t - \frac{T}{4})}] \; d\nu$$

La fonction $\mathcal{F}\left[ H_{(t)} \, \delta\left(t - \frac{T}{n}\right) \cos \omega t \right]$ s'explicite facilement en remarquant qu'elle est égale au produit de convolution de $\mathcal{F}[H_{(t)} \cos \omega t]$ et $\mathcal{F}\,\delta\left(t - \frac{T}{n}\right)$.

La phase de la suite d'impulsions $\delta\left(t - \frac{T}{n}\right)$ par rapport à $\cos \omega t$ étant repérée par $t_1$ (abscisse du premier échantillon de $\overline{s'_{(t)}}$ qui sert au calcul), on a :

$$\mathcal{F}\left[ \delta\left(t - \frac{T}{n}\right) \right] = \delta(\nu) + \sum_{i=1}^{\infty} \delta(\nu - i f_e) \, e^{-j 2\pi i f_e t_1} + \delta(\nu + i f_e) \, e^{j 2\pi i f_e t_1}$$

et

$$\mathcal{F}\left[ H_{(t)} \delta\left(t - \frac{T}{n}\right) \cos \omega t \right] = \frac{n}{2} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \pi T \, (\nu - F - i f_e)}{\pi T \, (\nu - F - i f_e)} \, e^{-j\pi T[\nu - F - i f_e (1 + \frac{2t_1}{T})]}$$

$$+ \frac{\sin \pi T \, (\nu + F - i f_e)}{\pi T \, (\nu + F - i f_e)} \, e^{-j\pi T[\nu + F - i f_e (1 + \frac{2t_1}{T})]}$$

Le module de cette fonction est représenté figure IV.3, il est nul pour les valeurs de $\nu$ multiples de F sauf aux points $\pm F$, $\pm F\,(n + 1)$, $\pm F\,(n - 1)$, ..., $\pm F\,(kn + 1)$, $\pm F\,(kn - 1)$ où il est égal à 1, la phase de cette fonction étant égale à $2\pi f_e k t_1$ aux points $\nu = \pm F\,(kn + 1)$ et $\pm F\,(kn - 1)$.

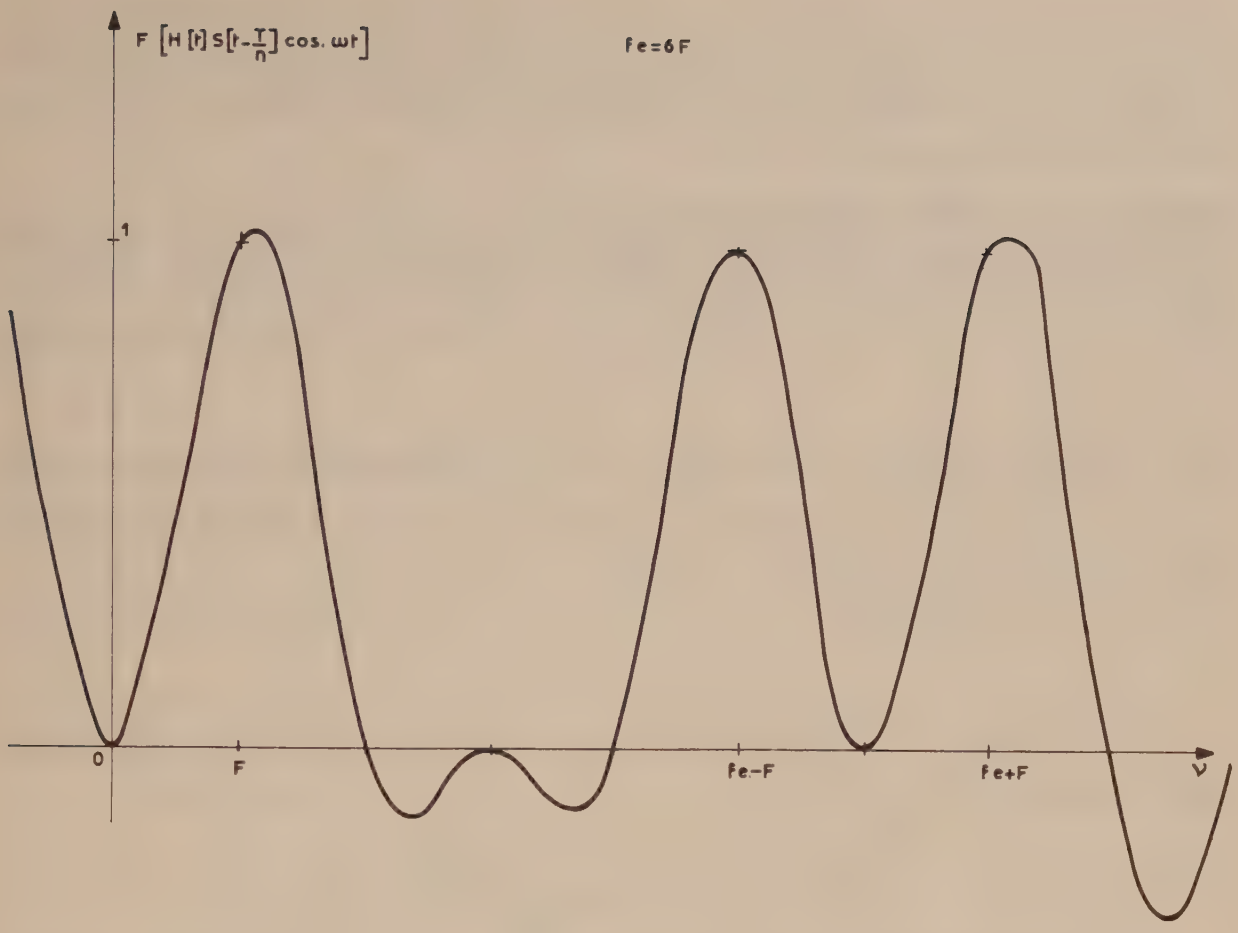



Figure IV.3

La transformée de Fourier de $s'_{(t)}$ est constituée d'impulsions de Dirac aux points d'abscisses multiples de F ; les résultats $\overline{a'_\omega}$ et $\overline{b'_\omega}$ sont donc respectivement égaux aux sommes des projections des harmoniques de rang kn - 1 et kn + 1 (k prenant les valeurs entières de 0 à l'infini) de $\overline{s'_{(t)}}$ sur les vecteurs complexes $e^{j\,2\pi f_e k t_1}$ et $e^{j(2\pi f_e k\, t_1)}\, e^{j\frac{\pi}{2}}$.

L'échantillonnage introduit donc des erreurs systématiques dans les mesures de $\overline{a_\omega}$ et $\overline{b_\omega}$. Les résultats $\overline{a'_\omega}$ et $\overline{b'_\omega}$ sont fonctions des harmoniques de $\overline{s_{(t)}}$.

Si $C_i$ est l'harmonique de rang i de $\overline{s_{(t)}}$, $\varphi_i$ son argument, le gain du filtre G étant

$$2\,\tau\,\frac{\sin 2\pi\tau\nu}{2\pi\tau\nu}$$

on a :

$$\overline{a'_{(\omega)}} = n\tau\left[\overline{a_{(\omega)}}\,\frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha} + |C_{n-1}|\,\frac{\sin 2\pi\alpha T F (n-1)}{2\pi\alpha T F (n-1)}\,\cos\left(2\pi f_e (n-1) t_1 - \varphi_{n+1}\right)\ldots\right]$$

$$\overline{b'_{(\omega)}} = n\tau\left[b_{(\omega)}\,\frac{\sin 2\pi\alpha}{2\pi\alpha} + |C_{n-1}|\,\frac{\sin 2\pi\alpha T F (n-1)}{2\pi\alpha T F (n-1)}\,\sin\left(2\pi f_e (n-1) t_1 - \varphi_{n-1}\right)\right]$$

avec $\tau F = \alpha$

La phase de la suite des instants d'échantillonnage n'intervient que dans la répartition des erreurs systématiques entre $\overline{a'_\omega}$ et $\overline{b'_\omega}$, les harmoniques de $\overline{s_{(t)}}$ étant généralement inconnues, elle n'a pas d'importance.

En résumé, si on échantillonne $\overline{s'_{(t)}}$ et cos ωt à une fréquence $f_e = nF$, on introduit des erreurs systématiques dans les résultats $\overline{a'_\omega}$ et $\overline{b'_\omega}$ dues aux harmoniques de rang n - 1, n + 1, 2n - 1, 2n + 1, etc... de $s_{(t)}$, ces erreurs étant fonction du temps τ ; on peut d'ailleurs en choisissant $\tau = \frac{T}{2(n-1)}$ supprimer l'influence de l'harmonique n - 1 , Le premier harmonique qui intervient dans l'erreur est alors l'harmonique n + 1.

Erreurs dues à la quantification de cos ωt

On ne peut pas tirer de conclusion générale ; le calcul d'erreur doit être fait pour chaque groupe de valeurs quantifiées choisi. On peut simplement remarquer que si $t_1$ et n sont choisis pour que la suite des instants $t_i$ ait les mêmes propriétés de symétrie que cos ωt (symétrie par rapport à $\frac{T}{4}$ et $\frac{T}{2}$) le nombre de valeurs à programmer est de l'ordre de $\frac{n}{4}$ ; alors qu'en général il est égal à n.

## IV.3 - CHOIX DES VALEURS QUANTIFIEES DE cos $\omega t_i$ ET DES INSTANTS D'ECHANTILLONNAGE

Le transféromètre doit comprendre deux intégrateurs (compteurs d'impulsions) calculant les valeurs $s'(t_i)$, deux multiplicateurs, un programmeur affichant les valeurs de "cos $\omega t_i$" et deux intégrateurs calculant les sommes :

$$\sum_{i=1}^{kn} \text{"cos } \omega t_i\text{"} \; s'(t) \qquad \text{et} \qquad \sum_{i=0}^{kn} \text{"cos } \omega t_i\text{"} \; s'\left(t_1 + \frac{T}{4}\right)$$

Une réalisation très simple de ce tranféromètre a été proposée par Monsieur FREYCENON [5].

Les multiplicateurs sont remplacés par deux diviseurs variables dont les taux de division sont constants pendant les intervalles $(t_i - \tau,\ t_i + \tau)$ $\left(t_i - \frac{T}{4} - \tau,\ t_i - \frac{T}{4} + \tau\right)$ et égaux à

$$\frac{1}{\text{"cos } \omega t_i\text{"}} \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{\text{"cos } \omega\left(t_i - \frac{T}{4}\right)\text{"}}.$$

Ces diviseurs sont suivis par deux compteurs réversibles dont les fonctionnements en addition ou soustraction sont fixés par les signes de "cos $\omega t_i$" et "cos $\omega\left(t_i - \frac{T}{4}\right)$".

Pour $\tau \leqslant \frac{T}{2\ n'}$ c'est-à-dire quand les intervalles de comptage $(t_i - \tau,\ t_i + \tau)$ sont disjoints, le transféromètre se réduit au schéma de la figure IV.4 ; lorsque $\tau > \frac{T}{2\ n'}$ il faut placer deux diviseurs et un autre programmeur en parallèle sur les entrées des compteurs.

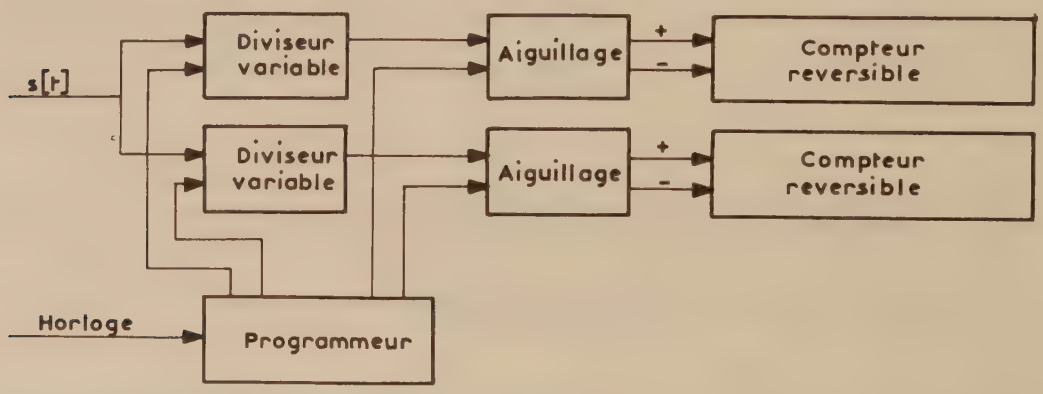



Figure IV.4 :

Le principe de cet appareil est donc très souple et n'impose théoriquement aucune limite à la fréquence d'échantillonnage ni au temps $\tau$ d'intégration.

Toutefois la complexité du programmeur croît très vite avec le nombre de valeurs quantifiées différentes de "cos $\omega t_i$", c'est-à-dire avec la fréquence d'échantillonnage ; d'autre part un diviseur simple impose aux valeurs quantifiées "cos $\omega t_i$" d'appartenir à l'ensemble $\frac{1}{N}$ (N étant entier).

Nous avons choisi dans notre réalisation une fréquence d'échantillonnage $f_e = 6\ F$ ; les échantillons sont alors séparés de 60° et on peut choisir deux groupes de valeurs quantifiées pour cos $\omega t_i$ qui suppriment les erreurs de quantification. On voit sur la figure IV.5 qu'aux instants $t_1 = o$, $t_i = i\frac{M}{3}$ correspond la suite de valeurs 1, $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$, $-1$, $-\frac{1}{2}$ et qu'aux instant $t_1 = \frac{M}{6}$, $t_i = \frac{M}{6} + i\frac{M}{3}$ correspond la suite $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 0, $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, 0 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Pour cette deuxième suite, bien que $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ne soit pas de la forme $\frac{1}{N}$ on peut faire une homothétie de rapport $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ; les valeurs quantifiées étant alors 1 et 0 ; le résultat final doit être multiplié par 0,865.

Dans ces deux cas $\tau$ est choisi égal à $\tau = \frac{1}{12\ F}$ ; les harmoniques qui interviennent dans $a'_\omega$ et $b'_\omega$ sont les harmoniques 5, 7, 11, 13, ... 6 m - 1, 6 m + 1, leur amplitude étant divisée par leur ordre.

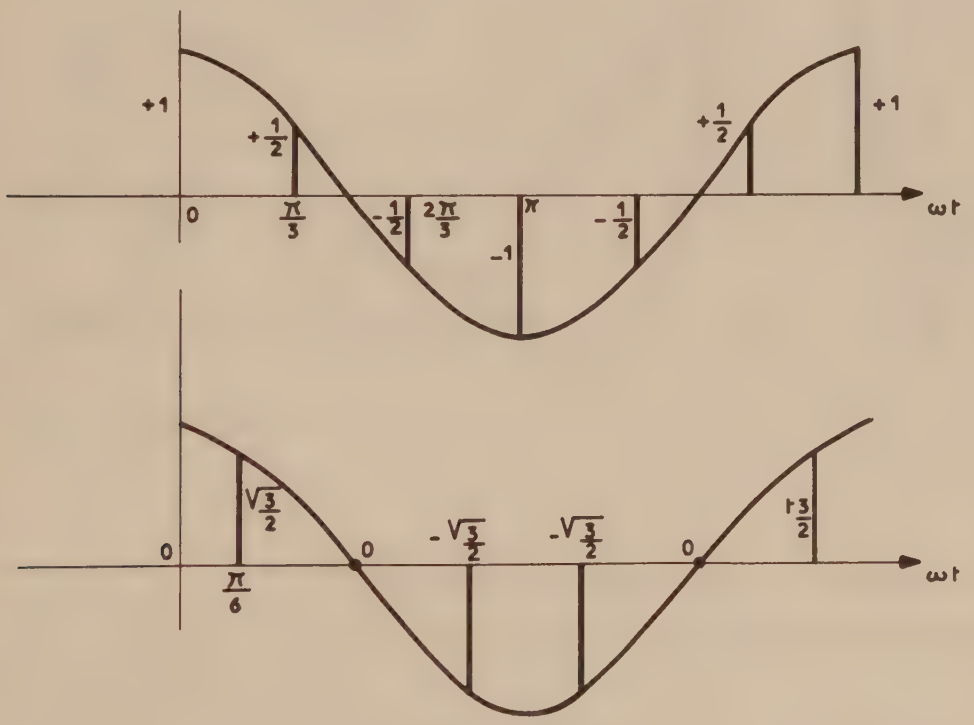



Figure IV.5 :

$$\overline{a'_\omega} = \frac{3\ T}{M}\left[\overline{a_\omega} + \frac{\overline{a_{(5\omega)}}}{5} + \frac{\overline{a_{(7\omega)}}}{7} + \ldots\right.$$

$$\overline{b'_\omega} = \frac{3\ T}{M}\left[\overline{b_\omega} + \frac{\overline{b_{(5\omega)}}}{5} + \frac{\overline{b_{(7\omega)}}}{7} + \ldots\right.$$

Dans le deuxième cas

$$\overline{a'_\omega} = \frac{3\,T}{M}\left[\overline{a_\omega} - \frac{\overline{a_{(5\omega)}}}{5} - \frac{\overline{a_{(7\omega)}}}{7} - \ldots\right.$$

$$\overline{b'_\omega} = \frac{3\,T}{M}\left[b_\omega - \frac{\overline{b_{(5\omega)}}}{5} - \frac{\overline{b_{(7\omega)}}}{7} - \ldots\right.$$

On a représenté figure IV.6 les fenêtres spectrales c'est-à-dire les fonctions

$$\mathcal{F}\left[H_{(t)}\,\delta\left(t - \frac{T}{n}\right)\cos\omega t\right]$$

correspondant à ces deux cas.

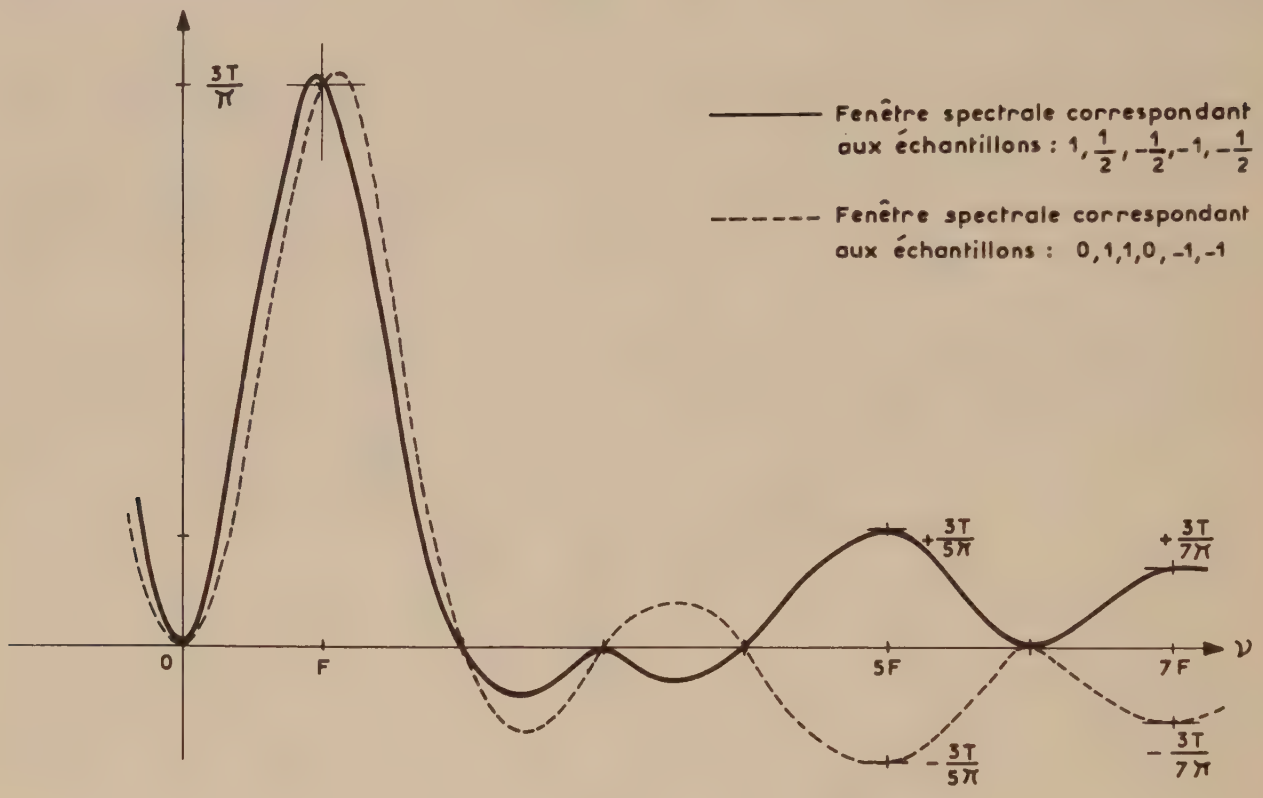



Figure IV.6

## IV.4 - ERREURS DUES AU CARACTERE ALEATOIRE DE $s_{(t)}$

Dans le paragraphe précédent nous avons calculé les relations qui lient les espérances mathématiques $\overline{a'_\omega}$ et $\overline{b'_\omega}$ des résultats de mesure $a'_\omega$ et $b'_\omega$, aux grandeurs $\overline{a_\omega}$ et $\overline{b_\omega}$ que nous désirons mesurer.

Il faut maintenant déterminer avec quelles précisions les résultats d'une mesure $a'_\omega$ et $b'_\omega$ représentent bien $\overline{a'_\omega}$ et $\overline{b'_\omega}$.

On peut supposer les distributions de probabilités de $a'_\omega$ et $b'_\omega$ gaussiennes. En effet $a'_\omega$ et $b'_\omega$ sont obtenues par une suite d'opérations linéaires portant sur des résultats de comptage $s'(t_i)$ et les valeurs de $s'(t_i)$ qui sont en général très importantes (de l'ordre de $10^7$) peuvent, avec une très bonne approximation, être considérées comme des variables gaussiennes.

Avec cette hypothèse, on sait que la probabilité pour que chaque résultat $a'_\omega$ et $b'_\omega$ d'une mesure s'écarte de $\overline{a'_\omega}$ et $\overline{b'_\omega}$ de moins de $2\,\sigma_a$ et $2\,\sigma_b$ est 0,95, $\sigma_a$ et $\sigma_b$ étant les écarts types de $a'_\omega$ et $b'_\omega$. Les grandeurs $2\,\sigma_a$ et $2\,\sigma_b$ peuvent donc être considérées comme les incertitudes qu'on a sur les valeurs $\overline{a'_\omega}$ et $\overline{b'_\omega}$ après une mesure.

Calcul de $\sigma_a$ et $\sigma_b$

Avec le choix que nous avons fait pour la fréquence d'échantillonnage, le temps $\tau$ et les valeurs quantifiées de $\cos \omega t_i$ ; les résultats d'une mesure portant sur K périodes, $a'_\omega$ et $b'_\omega$ peuvent s'écrire :

$$a'_\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} A_{(t)}\, s_{(t)}\, dt$$

$$b'_\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} B_{(t)}\, s_{(t)}\, dt$$

$A_{(t)}$ et $B_{(t)}$ étant l'une ou l'autre des deux approximations de $\cos \omega t$ et $\sin \omega t$ qui sont représentées figure IV.7

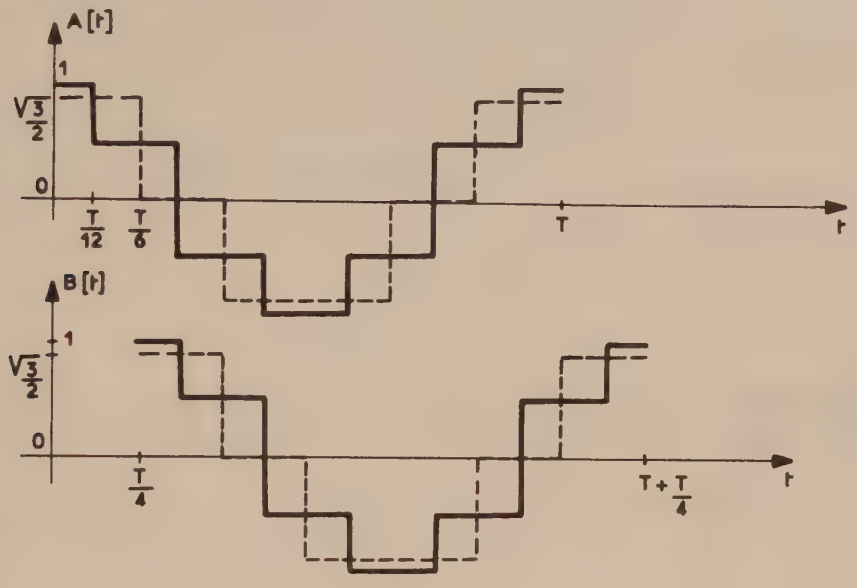



Figure IV.7

$$\sigma_a^2 = \overline{a_\omega'^2} - \overline{a_\omega'}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} A_{(t)}\, A_{(t')}\, \overline{s_{(t)}\, s_{(t')}}\, dt\, dt' - \iint_{-\infty}^{+\infty} A_t\, A_{t'}\, \overline{s_{(t)}}\, \overline{s_{(t)}}\, dt\, dt'$$

$$\sigma_a^2 = \iint_{-\infty}^{+\infty} A_{(t)}\, A_{(t')}\, [\overline{s_{(t)}\, s_{(t')}} - \overline{s_{(t)}}\, \overline{s_{(t')}}]\, dt\, dt'$$

avec les hypothèses faites sur $s_{(t)}$ au début de ce paragraphe

$$\sigma_a^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} A_{(t)}\, A_{(t')}\, \varphi_{(t-t')}\, dt\, dt'$$

en faisant le changement de variable $t' - t = \tau$ $dt' = d\tau$

$$\sigma_a^2 = \iint_{-\infty}^{+\infty} A_{(t)}\, A_{(t+\tau)}\, \varphi_{(\tau)}\, dt\, d\tau$$

$$\sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} |A_{(\nu)}|^2\, W_{(\nu)}\, d\nu$$

et de même

$$\sigma_b^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |B_{(\nu)}|^2\, W_{(\nu)}\, d\nu$$

$A_{(\nu)}$ et $B_{(\nu)}$ étant les transformées de Fourier des fonctions $A_{(t)}$ et $B_{(t)}$ et $W_{(\nu)}$ la transformée de Fourier de $\varphi_{(t)}$ ($W_{(\nu)}$ correspond au spectre de puissance de $s_{(t)}$ en l'absence de modulation).

$A_{(\nu)}$ et $B_{(\nu)}$ ne différant que par leur phase, pour une approximation de cos $\omega t$ donnée, on a :

$$|A_{(\nu)}|^2 = |B_{(\nu)}|^2$$

La fonction $|A_{(\nu)}|^2$ est tracée sur la figure IV.8. On voit que pour l'une ou l'autre des deux approximations $A_{(t)}$ proposées, $|A_{(\nu)}|^2$ est concentrée dans la bande de fréquence $F \pm \frac{F}{K} K$ étant, rappelons-le, le nombre de périodes sur lesquelles porte la mesure.

Si $W_{(\nu)}$ varie lentement autour de F, dans la bande $F \pm \frac{F}{K}$, on peut écrire :

$$\sigma_a^2 = \sigma_b^2 = W_{(F)} \int_{-\infty}^{+\infty} |A_{(\nu)}|^2 \, d\nu$$

or

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |A_{(\nu)}|^2 \, d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} |A_{(t)}|^2 \, dt$$

et dans les deux cas proposés pour $A_{(t)} \int_{-\infty}^{+\infty} |A_{(t)}|^2 \, dt = \frac{KT}{2}$.

On a donc :

$$\sigma_a^2 = \sigma_b^2 = \frac{KT}{2} W_{(F)}$$

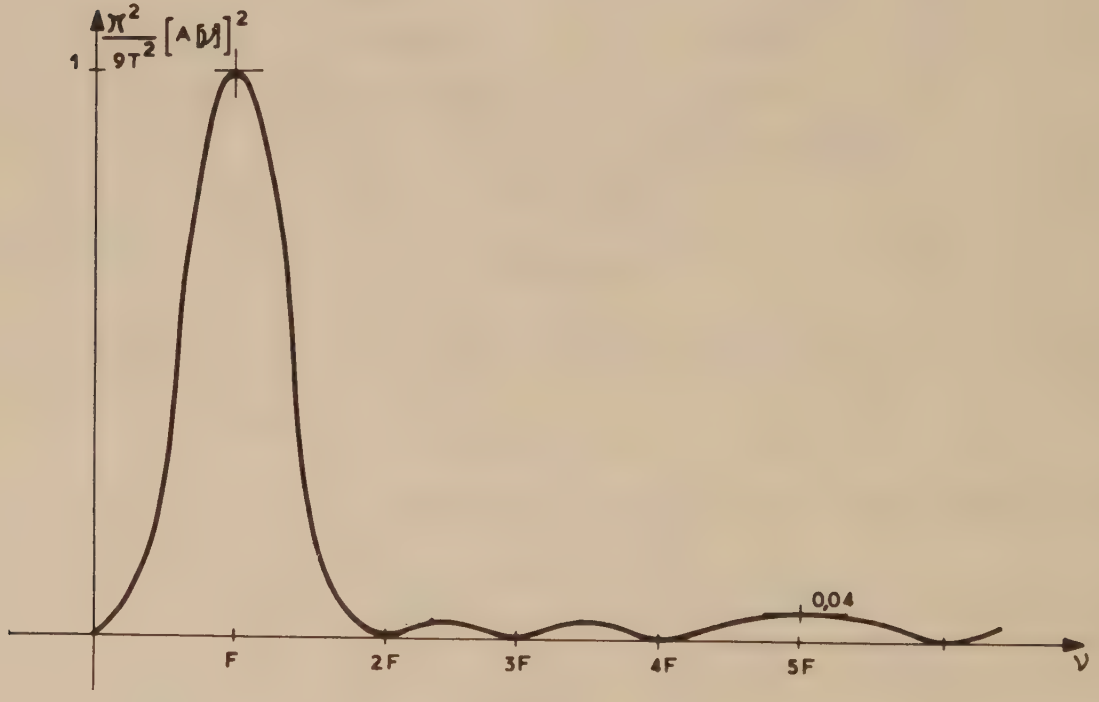



Figure IV.8 :

Corrélation entre les résultats $a'_\omega$ et $b'_\omega$ d'une mesure

Les résultats $a'_\omega$ et $b'_\omega$ sont obtenus à partir de deux échantillons du signal $s_{(t)}$ qui ont une partie commune ; les variables $a'_\omega$ et $b'_\omega$ ne sont donc pas indépendantes.

En appelant $\sigma_{ab}^2$ l'expression $\overline{a' b'} - \overline{a'}\,\overline{b'}$ on définit un coefficient de corrélation entre a et b égal à $\rho = \frac{\sigma_{ab}}{\sigma_a}$

$$\sigma_{ab}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} A_{(\nu)}\ B_{(\nu)}^{\dagger}\ W_{(\nu)}\ d\nu$$

avec les mêmes hypothèses que précédemment on peut écrire :

$$\sigma_{ab}^2 = W_F \int_{-\infty}^{+\infty} A_{(t)}\ B_{(t)}\ dt$$

$$\rho^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} A_{(t)}\ B_{(t)}\ dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} A_{(t)}^2\ dt}$$

dans le premier cas proposé pour $A_{(t)}$ $\rho^2 = \frac{1}{5\ K'}$ dans le deuxième cas $\rho^2 = \frac{1}{8\ K'}$

La corrélation entre les résultats $a'_\omega$ et $b'_\omega$ est donc toujours très faible, nous la négligerons.

En résumé, les mesures $a'_\omega$ et $b'_\omega$ sont des représentations de $\overline{a'_\omega}$ et $\overline{b'_\omega}$ entachées d'erreurs, ces erreurs étant indépendantes et de l'ordre de $2\ \sigma_a = \sqrt{2\ KT\ W_{(F)}}$.

Erreurs sur les mesures d'amplitude et de phase

L'amplitude et la phase du fontamental $s_{(t)}$ sont calculés à partir des résultats $a'_\omega$ et $b'_\omega$

$$R' = \sqrt{a_\omega'^2 + b_\omega'^2}$$

et

$$\varphi = \text{Artg}\ \frac{b'}{a'}$$

En toute rigueur il faudrait calculer les distributions de probabilité de R' et $\varphi'$ mais ces calculs sont compliqués et étant donné les approximations déjà faites, il est inutile de rechercher trop de rigueur à ce stade de l'étude.

On détermine donc les ordres de grandeurs des erreurs commises dans les mesures de R et $\varphi$ en utilisant les règles classiques du calcul d'erreur.

$$\overline{(\Delta R)^2} = \left(\frac{\delta R}{\delta a}\right)^2 \overline{\Delta a^2} + \left(\frac{\delta R}{\delta b}\right)^2 \overline{\Delta b^2}$$

$$\overline{(\Delta \varphi)^2} = \left(\frac{\delta \varphi}{\delta a}\right)^2 \overline{\Delta a^2} + \left(\frac{\delta \varphi}{\delta b}\right)^2 \overline{\Delta b^2}$$

$$\overline{(\Delta R)^2} = \frac{1}{a_\omega'^2 + b_\omega'^2}\ (a_\omega'^2\ \Delta a^2 + b_\omega'^2\ \Delta b^2) = \overline{\Delta a^2}$$

$$\overline{(\Delta \varphi)^2} = \frac{b_\omega'^2\ \overline{\Delta a^2} + a_\omega'^2\ \overline{\Delta b^2}}{(a_\omega'^2 + b_\omega'^2)^2} = \frac{\overline{\Delta a^2}}{a_\omega'^2 + b_\omega'^2}$$

$$\boxed{\frac{\Delta R}{R} = \frac{2\ \sigma_a}{R} \quad , \quad \Delta\varphi = \frac{2\ \sigma_a}{R} = \frac{\Delta R}{R}}$$

Application numérique

$s_{(t)}$ est une fonction périodique dont le taux de modulation est $\frac{1}{100}$, le signal est supposé poissonien de fréquence moyenne $2.10^6$.

On veut une erreur relative sur R inférieure à $\frac{1}{100}$ et une erreur sur $\varphi$ inférieure à 30'.

La condition la plus restrictive est celle qui est imposée à $\varphi$ ; elle se réduit en effet à $\frac{\Delta R}{R} < 0,0087$, le module R mesuré est de l'ordre de $\frac{NT}{2} \times 2.10^4$.

$$R = 10^4 KT$$

$$2\sigma_a = 2.10^3 (KT)^{1/2}$$

$$\frac{2\sigma_a}{R} < 0,0087 \longrightarrow KT = 530 \text{ secondes.}$$

Il faut donc que la mesure dure environ 9 minutes pour obtenir les précisions demandées.

## IV.5 - DIVISION PREALABLE DU SIGNAL $s_{(t)}$

Le domaine d'utilisation du transféromètre est limité en basse fréquence par les capacités des compteurs réversibles. En effet si $\rho$ est la fréquence moyenne des impulsions délivrées par le détecteur et T la période de l'oscillation, la capacité C des compteurs doit être supérieure à $\frac{\rho T}{3}$. Par exemple avec $\rho = 2.10^6$, T = 10 secondes, C doit être de l'ordre de $10^7$.

D'autre part, nous verrons plus loin que le coût de l'appareil dépend surtout de cette capacité.

En reprenant les résultats du paragraphe II nous allons étudier dans quelles mesures une division de la suite d'impulsions $s_{(t)}$ préalablement à tout calcul, permet de diminuer la capacité des compteurs et quelle augmentation de la durée de mesure en résulte.

### Valeur initiale $\frac{N}{2}$ imposée aux instants $t_j + \tau$

Tant que N reste inférieur à $2\sigma$, $\sigma$ étant la variance des échantillons, on sait que le diviseur se comporte comme une source de bruit blanc, ajoutant à chaque échantillon une erreur aléatoire $\varepsilon$ de moyenne nulle $\varepsilon = 0$ et de variance

$$\frac{N}{\sqrt{12}} \left(\overline{\varepsilon^2} = \frac{N^2}{12}\right)$$

Soit $s'_1$, $s'_2$, $s'_3$, $s'_4$, $s'_5$ et $s'_6$ les échantillons de $s'_{(t)}$ correspondant à une période. Suivant l'approximation de cos $\omega t$ choisie (figure III.7) le transféromètre calcule

$$s_1 + \frac{s_2}{2} - \frac{s_3}{2} - s_4 - \frac{s_5}{2} + \frac{s_6}{2} \qquad \text{ou} \qquad (s_1 + s_2 - s_3 - s_4)$$

avec la première approximation de cos $\omega t$ choisie l'erreur due à la division sur le résultat d'une mesure portant sur une période est :

$$E = \varepsilon_1 + \frac{\varepsilon_2}{2} - \frac{\varepsilon_3}{2} - \varepsilon_4 - \frac{\varepsilon_5}{2} + \frac{\varepsilon_6}{2}$$

$$\overline{E} = 0 \qquad \text{et } \overline{E^2} = \overline{\varepsilon^2}\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{N^2}{4}$$

En effet on a vu au paragraphe II que le diviseur étant initiallisé, les erreurs sur des échantillons différents ne sont pas correlées.

De même avec la deuxième approximation de cos $\omega t$ on trouve

$$\overline{E^2} = \frac{3}{4}\overline{\varepsilon^2}\,(1 + 1 + 1 + 1) = \frac{N^2}{4}$$

Si la mesure porte sur K' périodes la variance de l'erreur due à la division est $\frac{N}{2}\sqrt{K'}$.

On peut déterminer la nouvelle durée de mesure nécessaire à l'obtention de la même précision que sans division, si K était le nombre de périodes sur lesquelles portait la mesure sans division.

On a

$$K' = K\left(1 + \frac{N^2}{2\,T\,W_{(F)}}\right)$$

Exemple

Le signal est poissonien de fréquence moyenne $\rho = 10^6$ et T = 10 secondes. On divise par $N = 10^3$.

On trouve

$$K' = K\left(1 + \frac{10^6}{20 \times 10^6}\right)$$

On voit que la division préalable de $s_{(t)}$ par $10^3$ n'augmente pratiquement pas le temps de mesure tout en permettant de supprimer 3 décades réversibles à chaque compteur.

Diviseur libre

Dans ce cas en appellant $\varepsilon_j$ l'erreur sur l'échantillon j on a :

$$\overline{\varepsilon_j} = 0 \quad , \quad \overline{\varepsilon_j^2} = \frac{N^2}{6} \quad , \quad \overline{\varepsilon_j\,\varepsilon_{j+1}} = -\frac{N^2}{12}$$

L'erreur due à la division pour une mesure portant sur K' échantillons avec la première approximation de cos ωt a pour variance :

$$\sqrt{\frac{K'\,N^2}{4} + \frac{N^2}{12}}$$

Avec la deuxième approximation la variance est égale à $\frac{N}{2}(K')^{1/2}$. Dès que K' est supérieur à 2 ou 3, ces deux erreurs sont donc sensiblement égales à celles obtenues en initiallisant le diviseur.

# CHAPITRE V
# RÉALISATION

## V.1 - CARACTERISTIQUES DU TRANSFEROMETRE

Le principe de l'appareil a déjà été esquissé au paragraphe IV.3. Il comprend trois blocs principaux (figure V.1) :

- un programmeur,
- une fonction arrêt-marche,
- deux compteurs réversibles : un pour la voie cosinus et un pour la voie sinus.

Le programmeur reçoit deux suites d'impulsions t et T (figure V.2) qui indiquent la phase du signal de référence. Il aiguille en fonction de ces deux suites t et T les impulsions constituant le signal $s_{(t)}$ vers les entrées + (addition) ou - (soustraction) des compteurs réversibles, la fréquence de ces impulsions étant divisée par deux ou non.

La fonction arrêt-marche permet le démarrage et l'arrêt manuel ou automatique du fonctionnement du transféromètre. En utilisation "automatique" il faut afficher avant le début de la mesure le nombre de périodes sur lesquelles on veut faire porter cette mesure.

Les compteurs réversibles possèdent deux entrées + et -, par lesquelles ils reçoivent les suites d'impulsions i+ et i- qui correspondent au signal $s_{(t)}$ divisé par deux ou non et aiguillé par le programmeur. Ils effectuent chacun l'opération $\int_0^t (i_+ - i_-)\, dt$.

La gamme de fréquence des signaux que doit analyser cet appareil est comprise entre 0,01 Hz et 500 Hz.

Afin de vérifier expérimentalement les résultats de l'étude du paragraphe III nous avons voulu que le transféromètre puisse analyser les signaux provenant directement d'un détecteur, sans division préalable. Ceci nous a conduit à étudier des compteurs réversibles de capacité $10^8$ dont le temps de résolution est inférieur à 100 nanosecondes.

## V.2 - CHOIX D'UNE LOGIQUE

Nous avons choisi de réaliser le transféromètre avec des circuits intégrés du type M.E.C.L. (émetteurs couplés).

On peut en effet estimer que pour réaliser un compteur réversible de temps de résolution inférieur à 100 nanosecondes, il faut disposer d'une logique telle que les bascules non chargées fonctionnent au moins à $2.10^7$ Hz et que les circuits-portes puissent transmettre sans les déformer des impulsions de durée inférieure à 50 nanosecondes.

Parmi les réalisations existant à l'époque de ce choix et ayant ces performances, la famille de circuit MECL était la moins chère, tout en possèdant les qualités inhérentes aux circuits intégrés (faible encombrement, grande fiabilité et facilité de câblage).

Nous avons répertorié dans l'Annexe IV les différentes fonctions réalisées par les circuits de cette famille ainsi que leurs principales caractéristiques.

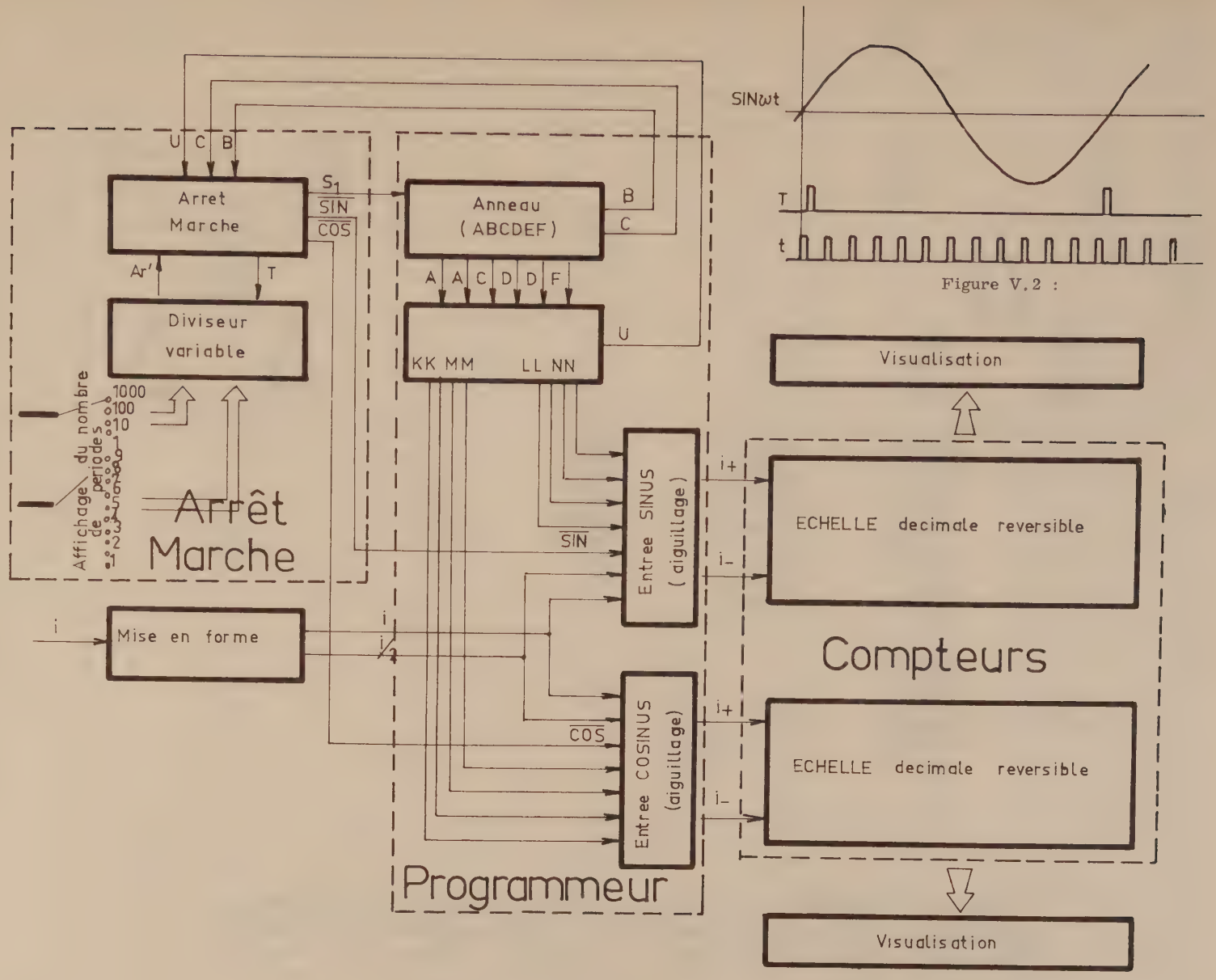



Figure V.2 :

Figure V.1 :

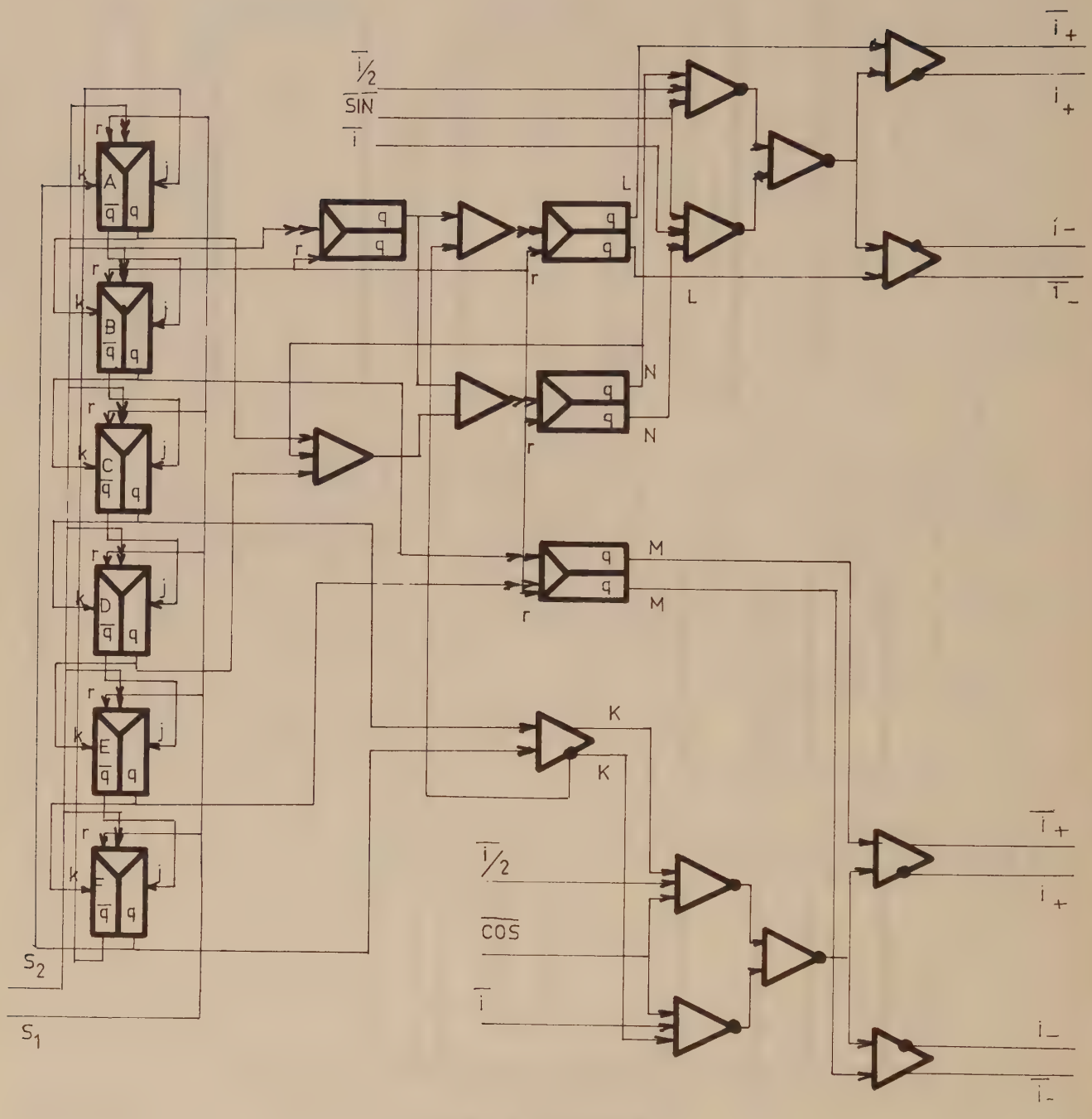



Figure V.3 : Programmeur

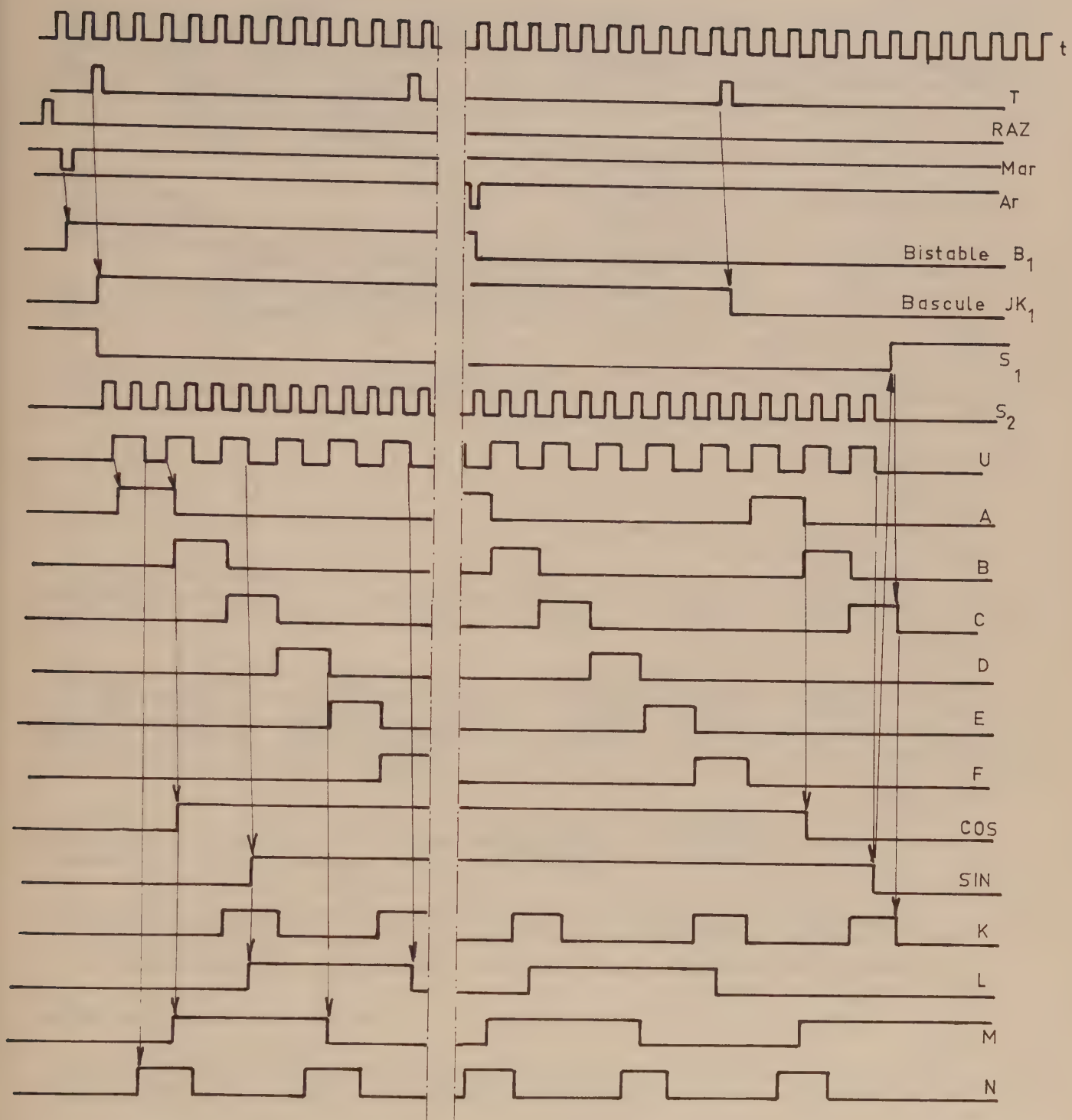



Figure V.4 : Diagramme de temps programmeur.

## V.3 - DESCRIPTION DES DIFFERENTES FONCTIONS CONSTITUANT LE TRANSFEROMETRE

### Programmeur

On a représenté sur la figure V.3 son schéma de principe et sur la figure V.4 le diagramme des temps qui décrit son fonctionnement. Il est constitué d'un anneau à 6 positions, chaque position étant repérée par l'état "1" d'une des bascules A B C D E F, d'une fonction combinatoire qui fournit les variables K L M N à partir de A B C D E F et de deux entrées, sinus et cosinus qui aiguillent les impulsions $s_{(t)}$ en fonction de K L M N sur les voies + ou - des compteurs sinus et cosinus.

Chacune de ces fonctions est câblée sur une carte imprimée.

### Fonction arrêt-marche

Cette fonction permet de faire avancer l'anneau (A B C D E F) pas à pas avec les impulsions t en conservant la relation de phase (représentée sur le diagramme des temps de la figure V.4) avec les impulsions T.

L'arrêt automatique est obtenu par un diviseur variable dont le taux de division N est affiché grâce à deux commutateurs, et qui réinjecte une impulsion sur l'entrée arrêt (figure V.5) lorsque N périodes se sont écoulées depuis la mise en marche.

La fonction arrêt-marche proprement dite est réalisée sur une carte imprimée. Le diviseur variable de l'arrêt automatique est constitué d'un diviseur variable de 1 à 9, en série avec un diviseur par 1, 10, 100 ou 1 000 chacun de ces diviseurs est constitué d'une carte imprimée.

### Compteur réversible

#### Définition

Un compteur réversible est un système possédant 2 N états stables en correspondance biunivoque avec la suite des entiers -N, ..., -0, +0, ... +N.

Les états stables étant repérés par les nombres entiers leur correspondant. A l'entrée de ce compteur se présentent alternativement deux suites d'impulsions $i_+$ et $i_-$ ; le passage du compteur de l'état k à l'état k + 1 est due à l'arrivée d'une impulsion $i_+$, le passage de k + 1 à k est due à l'arrivée d'une impulsion i-.

L'affichage du contenu du compteur est fait soit en convenant d'associer à chaque bistable dans l'état 1 par exemple, un voyant allumé, soit numériquement par tube nixie ou imprimante.

Dans le premier cas il faut que l'utilisateur puisse facilement établir la correspondance entre les différentes configurations des voyants allumés (les bistables étant ordonnés) et les nombres de l'ensemble - N, + N dans le second cas cette correspondance est effectuée par un bloc de transcodage.

Le résultat final étant un nombre décimal, il est intéressant d'ordonner les bistables du compteur par groupes, pondérés par les puissances successives de 10, chaque groupe de bistables pouvant occuper 10 états stables numérotés de 0 à 9, de telle manière que l'état k du compteur corresponde à la décomposition du nombre k sur la base ainsi définie.

Il est ainsi possible en décodant les différents groupes de bistables indépendamment les uns des autres d'obtenir les chiffres représentant le contenu du compteur dans le système décimal.

En général les groupes (décades) sont formés de 4 bistables A, B, C, D pondérés par 1, 2, 4 et 8 (décimal - codé binaire).

On a le tableau de correspondance suivant entre les 10 états de ces décades et les chiffres de 0 à 9.

Bien que le nombre de bistables nécessaire à l'obtention d'une capacité N soit en général supérieur au minimum théorique, cette solution représente un bon compromis en diminuant considérablement la complexité du bloc de transcodage.

Le compteur est donc formé de plusieurs décades reversibles et d'un bistable supplémentaire dont l'état indique le signe du contenu des décades.

### Première solution

Le fonctionnement d'une décade obéit au schéma de la figure V.6.

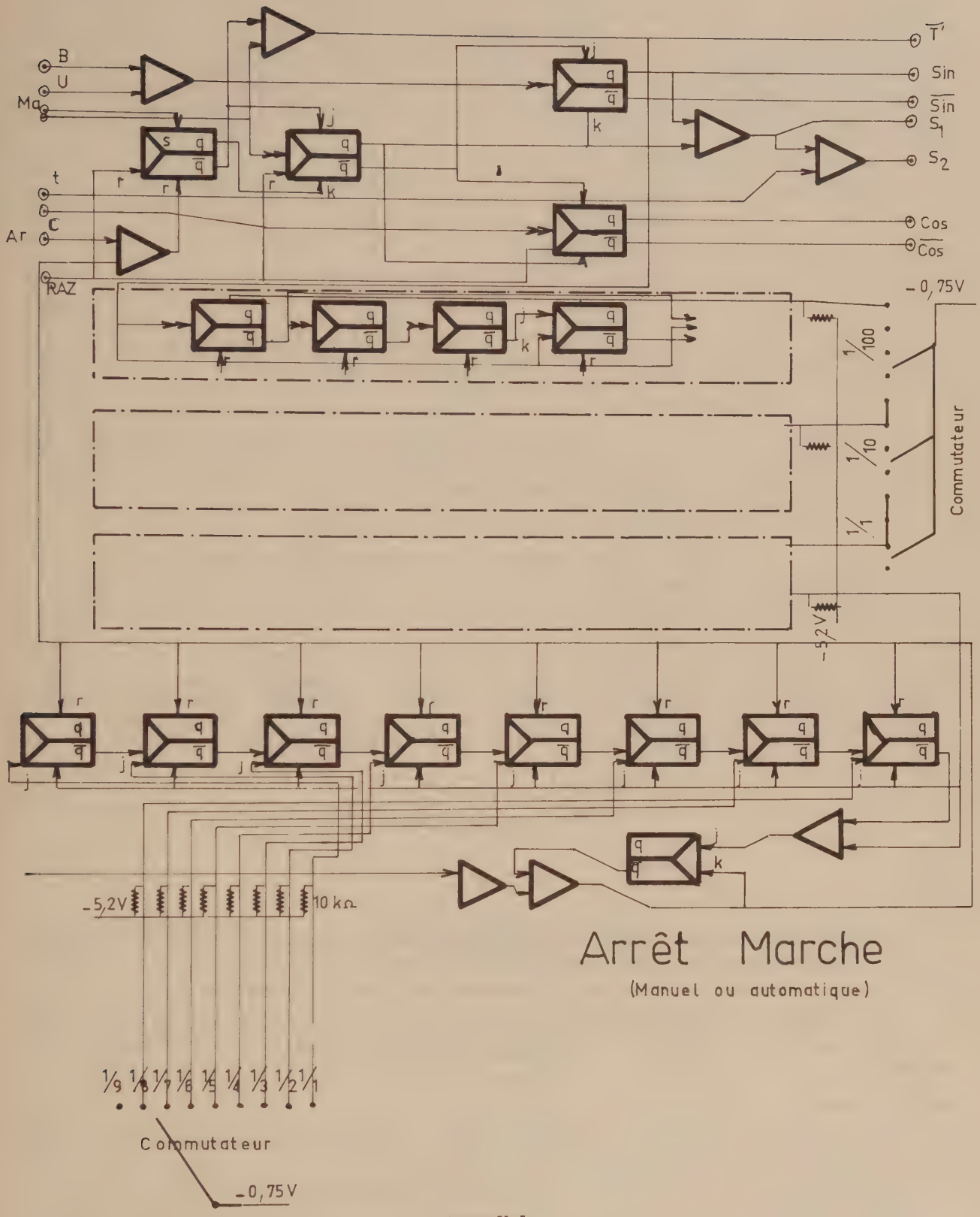

B
U
Ma
t
Ar
C
RAZ
T'
Sin
Sin
S1
S2
Cos
Cos
-0,75V
1/100
1/10
1/1
Commutateur
-5,2V
Arrêt Marche
(Manuel ou automatique)
-5,2V
10 kΩ
1/9 1/8 1/7 1/6 1/5 1/4 1/3 1/2 1/1
Commutateur
-0,75V

Figure V.5 :

| | D | C | B | A |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 6 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 1 |

La décade parcourt le cycle 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 dans un sens ou dans l'autre, suivant que ce sont des impulsions $i_+$ ou $i_-$ qui se présentent à son entrée.

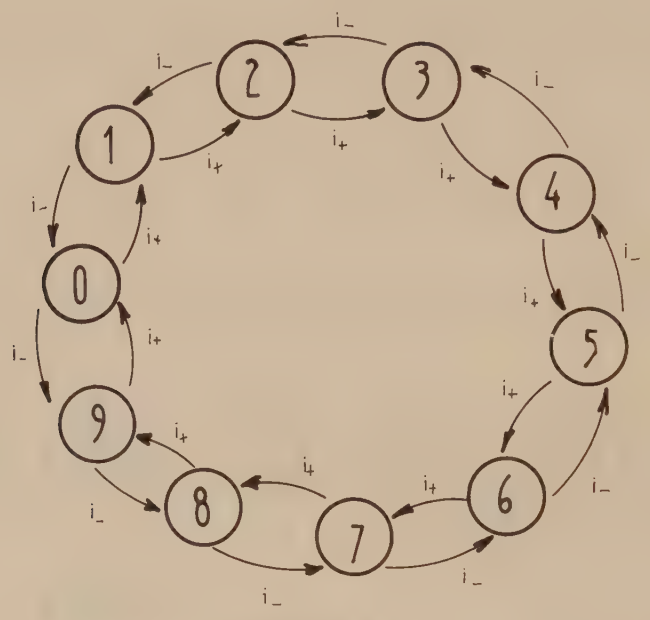



Figure V.6

Elle libère une impulsion $z_+$ lors des transitions 9, 0 et une impulsion $z_-$ lors des transitions 0, 9. Ces impulsions servant à commander la décade suivante.

Le signe du contenu de la décade est obtenu par une fonction décrite plus loin.

Cette solution a toutefois un défaut ; en effet, si le contenu de la décade est positif la décade représente bien son module par contre s'il est négatif elle représente le complément à 10 de son module.

Deuxième solution

On peut éliminer l'inconvénient précédent en imposant à la décade le cycle de fonctionnement de la figure V.7.

$i_{++}$ représente la coïncidence du signal $i_+$ avec un contenu positif, $i_{--}$ la coïncidence de $i_-$ avec un contenu négatif, etc...

Comme on le voit sur la figure V.7 cette solution ne diffère en réalité de la première que par le circuit d'entrée du compteur. Le circuit-décade est donc le même dans les deux cas.

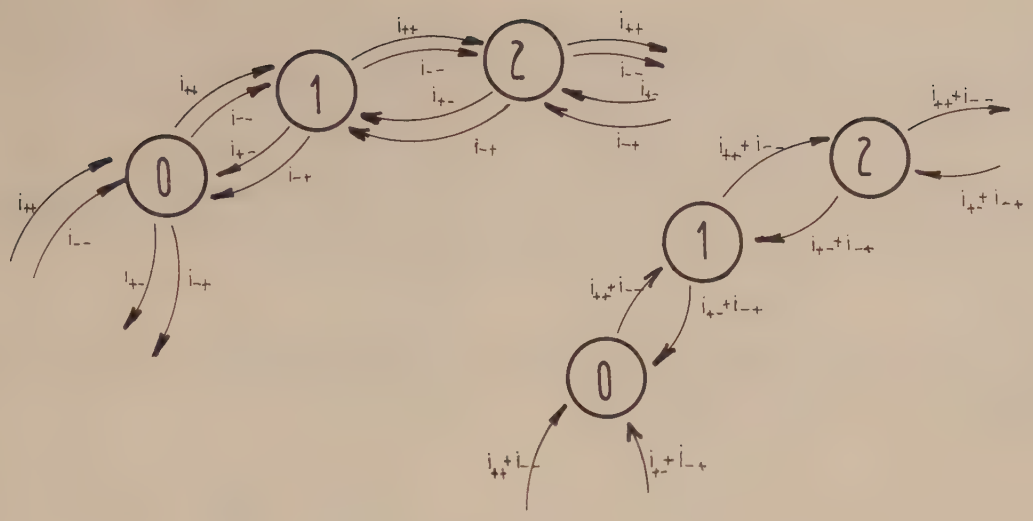



Figure V.7

Etude de la décade reversible

On peut la décomposer en deux fonctions principales suivant le schéma proposé par NASLIN [10] figure V.8 :

- Une fonction combinatoire constituée uniquement de circuit "ET" et "OU", et
- Une fonction mémoire conctituée de bistables.

On désigne par $A_j$ l'état de la bascule A avant que l'impulsion j soit arrivée et par $A_{j+1}$ l'état de cette bascule après la fin de l'impulsion j. D'autre part, $a_j$ est la variable d'excitation de la bascule A.

Pour que les variables $a_j$ ne dépendent vraiment que des impulsions de commande et de l'état $A_j$ $B_j$ $C_j$ $D_j$ de la décade avant l'arrivée de l'impulsion, il faut que pendant la durée des impulsions $i_+$ ou $i_-$ et pendant leur temps de transit dans le circuit combinatoire, les bistables ne changent pas d'état. S'il n'en était pas ainsi les variables d'excitation dépendraient de la durée de l'impulsion de commande, et des temps de transit des différents éléments composant le circuit.

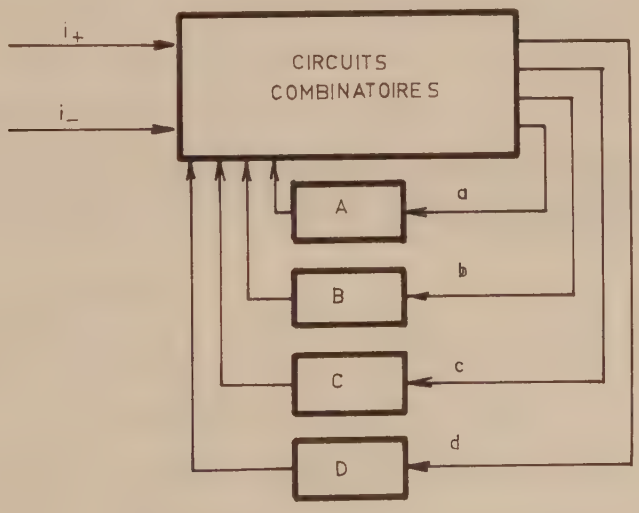



Figure V.8 :

Pratiquement on peut satisfaire ces conditions en déclenchant les bistables sur les transitions indiquant la fin des impulsions d'excitation (on s'affranchit ainsi de la durée des impulsions) et en intercallant entre les sorties du circuit combinatoire et les entrées des bistables des retards $\tau$, supérieurs à la différence maximale des temps de transit dans le circuit combinatoire. En général ce retard $\tau$ est obtenu par les bistables eux-mêmes (retard de basculement).

Ces précautions étant prises on peut appliquer le formalisme de l'algèbre de Boole à l'étude de ce système sans faire intervenir le temps. Les bistables basculent lorsqu'une transition 0, 1 est appliquée à leurs entrées ; on peut donc dire qu'à chaque fois que les variables d'excitation a, b, c ou d prennent le niveau 0 les bascules correspondantes changent d'état.

$$a_j = 0 \qquad A_{j+1} = \overline{A_j}$$

De la figure 1 on peut tirer le tableau suivant qui indique les valeurs que doivent prendre les variables d'excitation $a_j$, $b_j$, $c_j$, $d_j$ à l'instant j en fonction de l'état de la décade à cet instant et de l'impulsion qui se présente $i_+$ ou $i_-$.

| | | | | | i+ | | | | i- | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $D_j$ | $C_j$ | $B_j$ | $A_j$ | $\overline{d_j}$ | $\overline{c_j}$ | $\overline{b_j}$ | $\overline{a_j}$ | $\overline{d_j}$ | $\overline{c_j}$ | $\overline{b_j}$ | $\overline{a_j}$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 6 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 7 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 8 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |

On tire directement de ce tableau les expressions de a, b, c, d en fonction de A, B, C, D, $i_+$ et $i_-$.

$$\bar{a} = i_+ + i_-$$

$$\bar{b} = i_+ [A \bar{B} \bar{C} \bar{D} + A B \bar{C} \bar{D} + A \bar{B} C \bar{D} + A B C \bar{D}] + i_- [\bar{A} B \bar{C} \bar{D} + \bar{A} \bar{B} C \bar{D} + \bar{A} B C \bar{D} + \bar{A} \bar{B} \bar{C} D]$$

$$\bar{c} = i_+ [A B \bar{C} \bar{D} + A B C \bar{D}] + i_- [\bar{A} \bar{B} C \bar{D} + \bar{A} \bar{B} \bar{C} D]$$

$$\bar{d} = i_+ [A B C \bar{D} + A \bar{B} \bar{C} D] + i_- [\bar{A} \bar{B} \bar{C} \bar{D} + \bar{A} \bar{B} \bar{C} D]$$

Ces expressions peuvent être simplifiées par la technique de Karnaugh par exemple, en tenant compte que les combinaisons de A, B, C, D correspondant aux représentations binaires des nombres 10, 11, 12, 13, 14, 15 sont interdites (figure V.9).

On obtient :

$$\bar{a} = i_+ + i_-$$

$$\bar{b} = i_+ A \bar{D} + i_- [\bar{A} B + \bar{A} C + \bar{A} D]$$

$$\bar{c} = i_+ A B + i_- [\bar{A} \bar{B} C + \bar{A} D \bar{C}]$$

$$= i_+ A B + i_- [\bar{A} \bar{B} C + \bar{A} \bar{B} D]$$

$$\bar{d} = i_+ [A B C + A \bar{B} D] + i_- \bar{A} \bar{B} \bar{C}$$

$$= i_+ [A B C + A \bar{C} D] + i_- \bar{A} \bar{B} \bar{C}$$

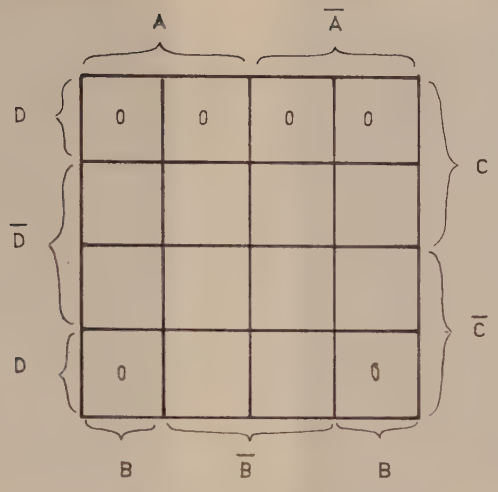



Figure V.9 :

Pour pouvoir tirer un schéma technologique de ces expressions il faut les transformer, afin qu'elles ne contiennent plus que des opérations "OU" et "non OU", puisque ce sont les seules opérations qui peuvent effectuer les circuits intégrés MECL choisis.

$$a = \overline{i_+ + i_-}$$

$$b = \overline{\overline{\bar{i}_+ + \bar{A} + D} + \overline{\bar{i}_- + \bar{A} + \overline{(B + C + D)}}}$$

$$c = \overline{\overline{\bar{i}_+ + \bar{A} + \bar{B}} + \overline{\bar{i}_- + A + B + \overline{C + D}}}$$

$$d = \overline{\overline{\bar{i}_+ + \bar{A} + \overline{B + \bar{C}} + \overline{B + D} + \overline{C + D}} + \overline{\bar{i}_- + A + B + C}}$$

On voit qu'il faut à l'entrée de la décade les signaux $i_+$, $i_-$ et $\overline{i_+}$, $\overline{i_-}$. Afin de pouvoir assembler plusieurs décades il faut donc que chaque décade fournisse des impulsions $z_+$ et $\overline{z_+}$ et $z_-$ et $\overline{z_-}$ lors des transitions 9 ⟶ 0 ou 0 ⟶ 9.

$$z_+ = A\ D\ i_+ = \overline{\bar{A} + \bar{D} + \overline{i_+}}$$

$$\bar{z}_+ = \bar{A} + \bar{D} + i_+$$

$$z_- = A\ B\ C\ D\ i_+ = \overline{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D} + \bar{i}_-}$$

$$\bar{z}_- = \bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D} + \bar{i}_-$$

On aboutit ainsi au schéma de principe de la figure V.10 a.

Pratiquement la décade est câblée sur une carte imprimée, figure V.10 b.

Les essais effectués avec cette décade ont montré qu'elle fonctionne correctement tant que les impulsions sont séparées de plus de 100 ns, leur durée étant supérieure à 35 ns.

Indication de signe et de saturation

Les changements de signe de la décade ou les transitions non saturé-saturé ont lieu lors des passages par 0 du contenu de la décade.

Les différentes possibilités de passage par 0 du contenu de la décade sont représentés figure V.12.

Les cas 1 et 3 correspondent à des changements de signe ; les cas 5 et 7 à des transitions non saturé-saturé.

Il y a donc changement de signe lorsque la première impulsion qui suit le passage par 0 est du même type que l'impulsion précédente, soit $i_+$ si le contenu était jusque là négatif et $i_-$ si le contenu était positif.

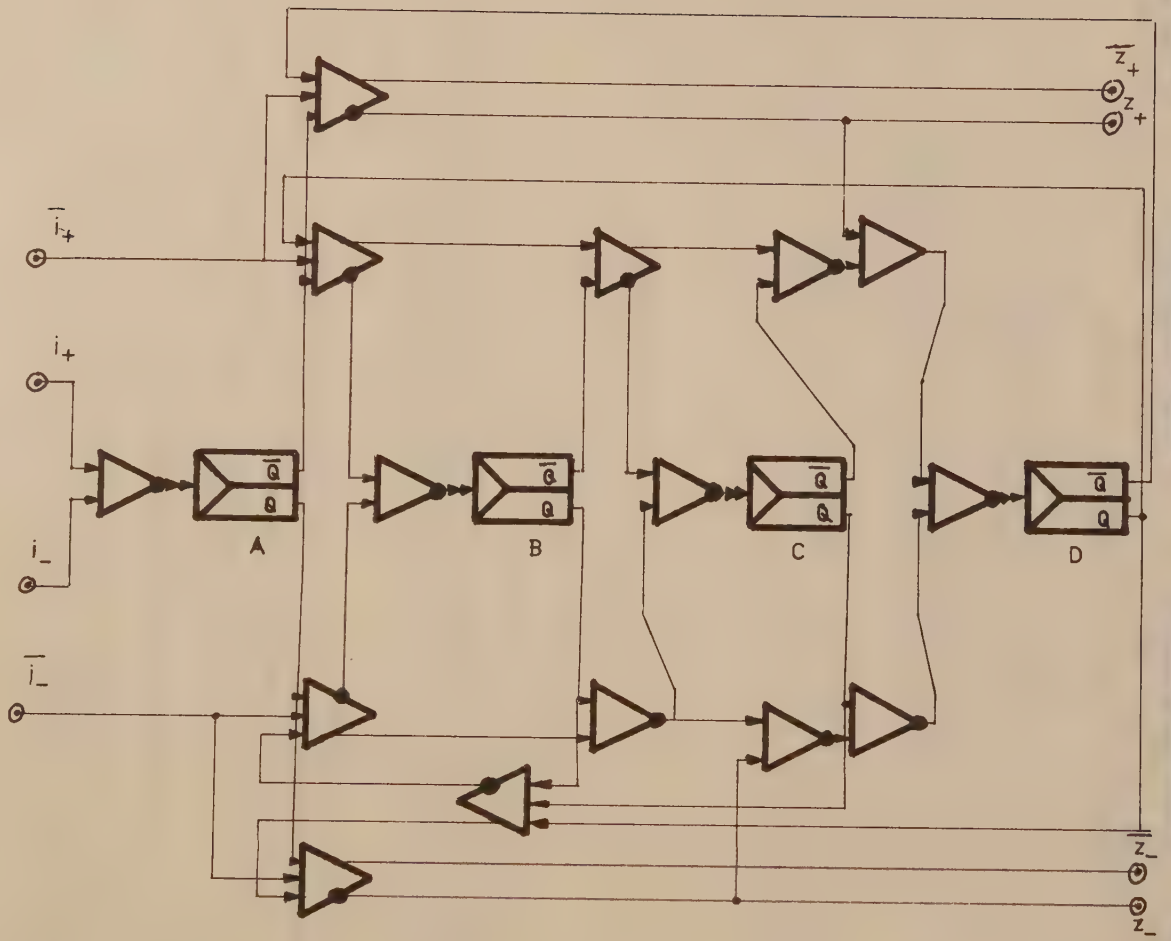
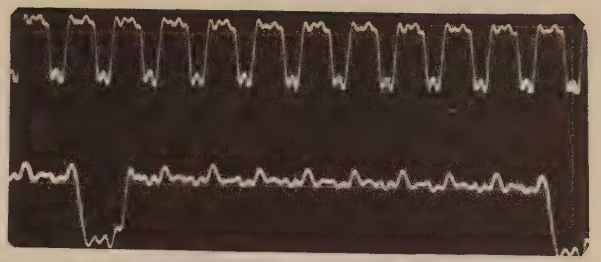
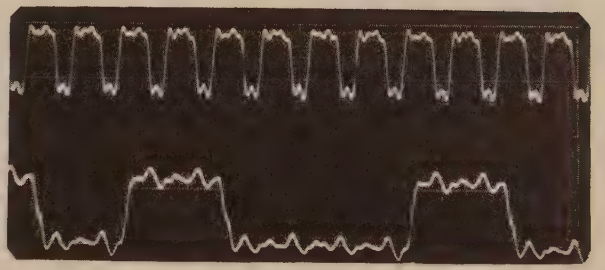


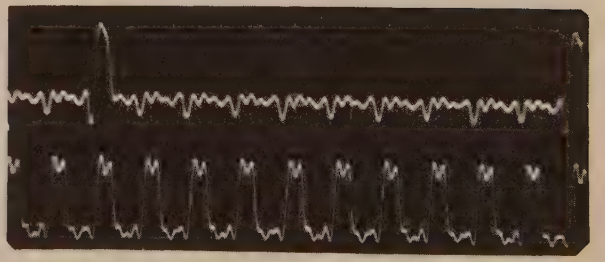

Figure V.10 : Décade réversible



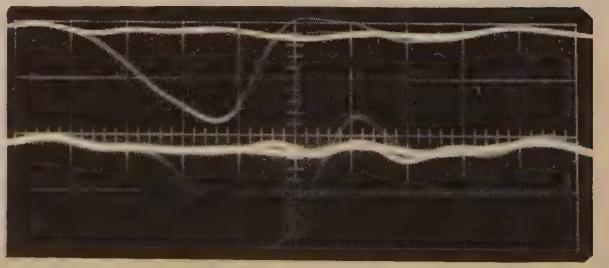
$\overline{i}_+$ et $\overline{Q}D$ 100 ns par cm



$\overline{i}_-$ et QB 100s par cm



$i_+$ et $z_+$ 100 ns par cm



$\overline{i}_+$ et $\overline{z}_+$
10 ns par cm

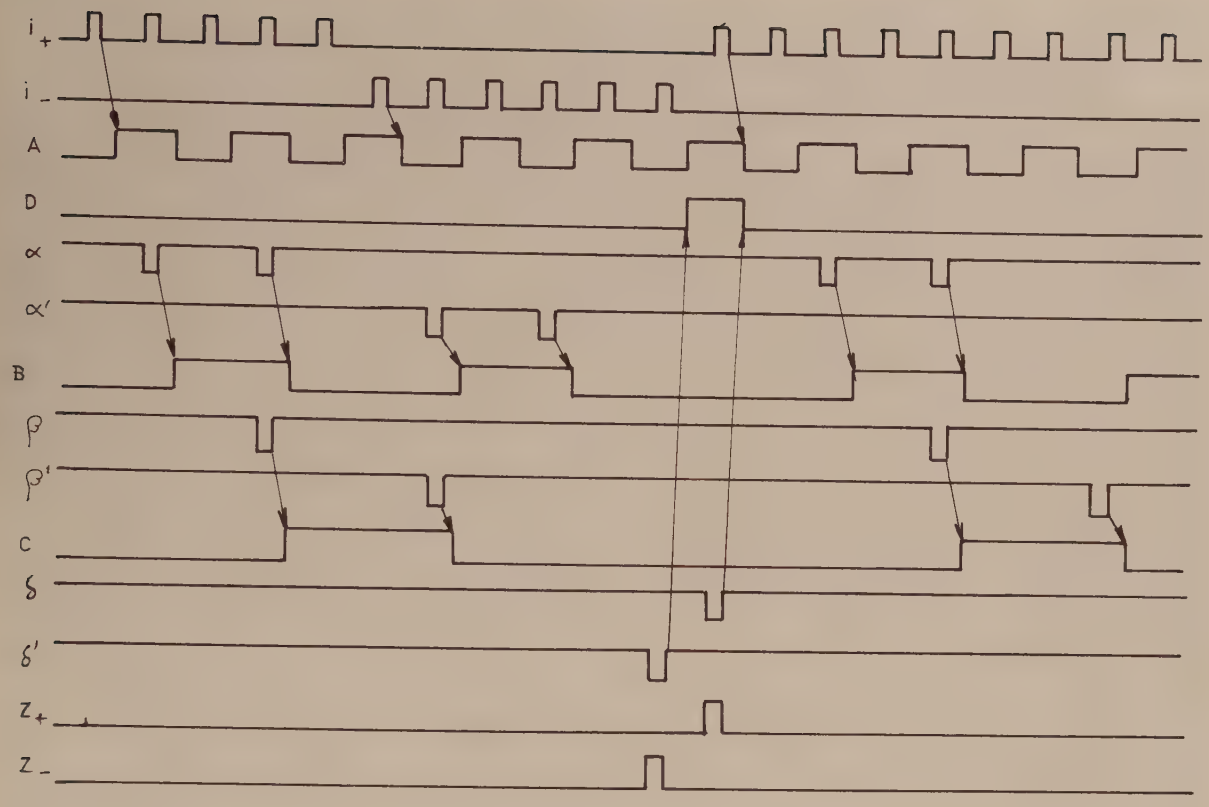



Figure V.11 : Diagramme de temps

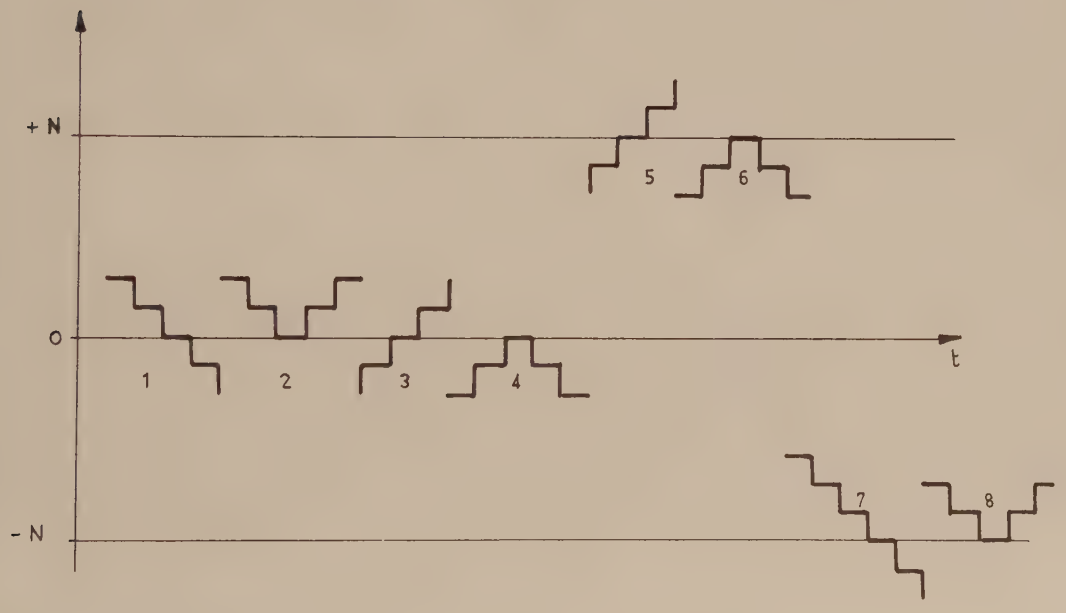



Figure V.12

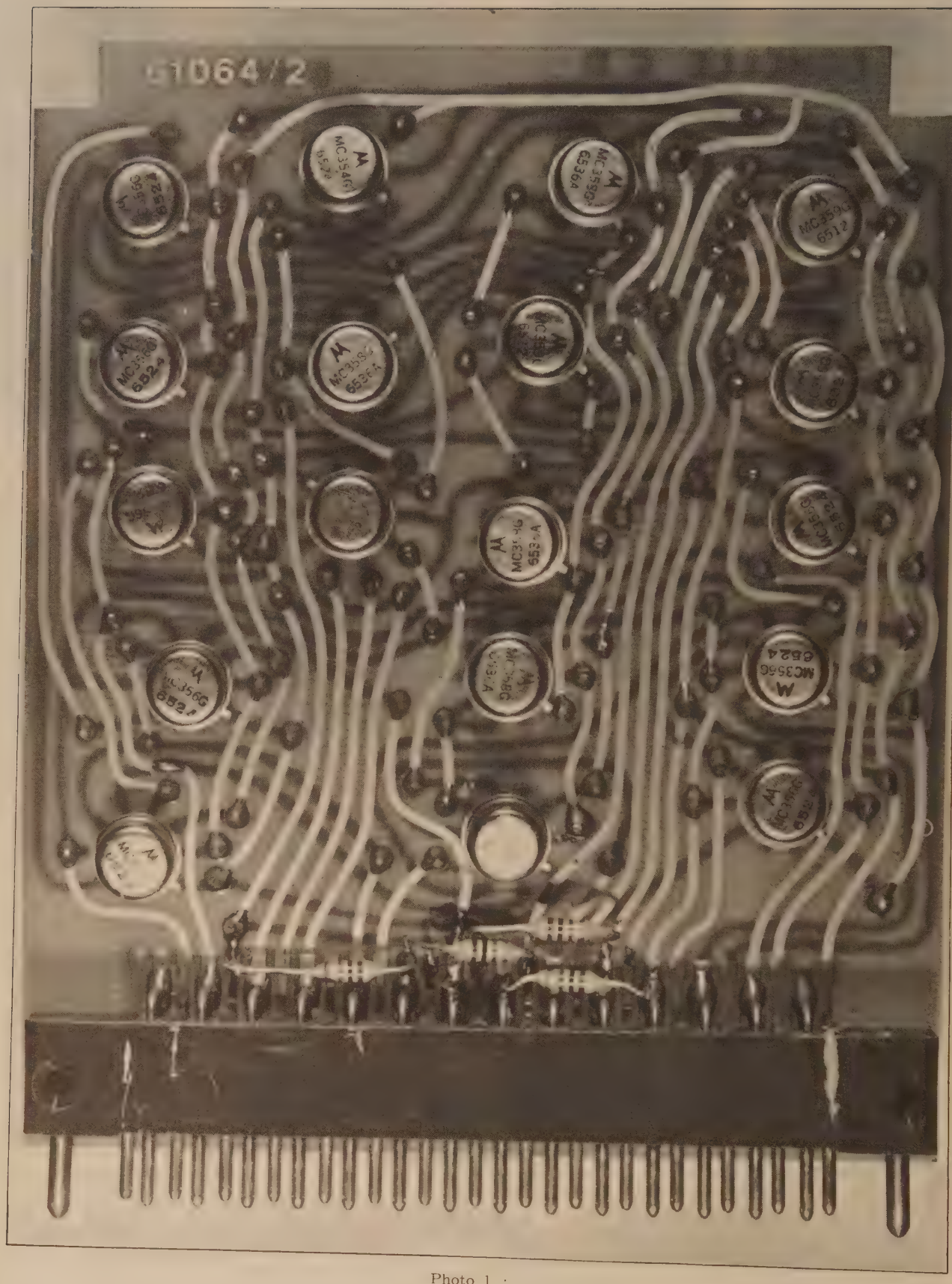



Photo 1 :

Photo 2 :

Les transitions non saturé-saturé ont lieu lorsque l'impulsion qui suit le passage par 0 est du même type que l'impulsion précédente, soit $i_+$ si le contenu était positif et $i_-$ si le contenu était négatif.

On voit que les états stables de la fonction "signe, saturation" sont définis par quatre variables :

- Le contenu du compteur représenté par C = 0 lorsque le compteur est vide ; C = 1 dans les autres cas,

- La catégorie de la dernière impulsion enregistrée par le compteur, représentée par I = 1 lorsque cette impulsion appartient à la catégorie $i_+$, I = 0 lorsque cette impulsion appartient à la catégorie $i_-$,

- Le signe du contenu représenté par S = 1 lorsqu'il est positif et S = 0 lorsqu'il est négatif,

- L'état saturé ou non saturé du compteur représenté par Sat = 1 lorsqu'il est saturé, Sat = 0 lorsqu'il n'est pas saturé.

Ces 4 variables définissent 16 états mais pratiquement il n'est pas utile de distinguer les 8 états correspondant à Sat = 1 il n'y a que 9 états entre lesquels les transitions doivent être imposées, ces transitions étant dues aux variables pulsées $i_+$ et $i_-$.

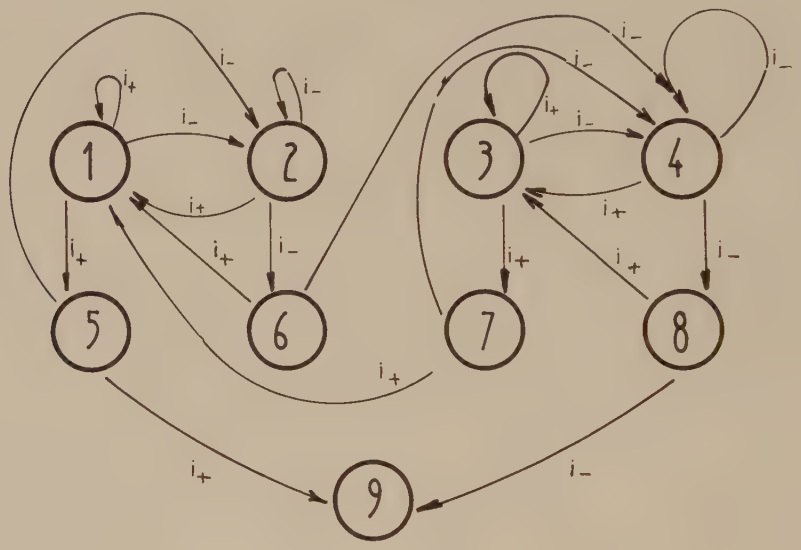



Figure V.13

| Etat | Impulsion précédente | Signe du contenu | Nullité | Saturation |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $i_+ \longrightarrow I = 1$ | $+ \longrightarrow S = 1$ | C = 1 | Sat = 0 |
| 2 | $i_- \longrightarrow I = 0$ | $+ \longrightarrow S = 1$ | C = 1 | Sat = 0 |
| 3 | $i_+ \longrightarrow I = 1$ | $- \longrightarrow S = 0$ | C = 1 | Sat = 0 |
| 4 | $i_- \longrightarrow I = 0$ | $- \longrightarrow S = 0$ | C = 1 | Sat = 0 |
| 5 | $i_+ \longrightarrow I = 1$ | $+ \longrightarrow S = 1$ | C = 0 | Sat = 0 |
| 6 | $i_- \longrightarrow I = 0$ | $+ \longrightarrow S = 1$ | C = 0 | Sat = 0 |
| 7 | $i_+ \longrightarrow I = 1$ | $- \longrightarrow S = 0$ | C = 0 | Sat = 0 |
| 8 | $i_- \longrightarrow I = 0$ | $- \longrightarrow S = 0$ | C = 0 | Sat = 0 |
| 9 | | | | Sat = 1 |

On peut à l'aide du schéma de la figure V.13 dresser la matrice d'excitation de la fonction "signe, saturation".

| Etat initial | Variable d'entrée $i_+$, $i_-$ | 1,0 | 0,1 |
|---|---|---|---|
| 1 | | 1 ou 5 | 2 |
| 2 | | 1 | 2 ou 6 |
| 3 | | 3 ou 7 | 4 |
| 4 | | 3 | 4 ou 8 |
| 5 | | 9 | 2 |
| 6 | | 1 | 4 |
| 7 | | 1 | 4 |
| 8 | | 3 | 9 |
| 9 | | | |

Si on appelle i, s, sat les variables d'excitation des bistables I, S, Sat ; on peut grâce au tableau définissant les états et à cette matrice d'excitation, dresser une deuxième matrice qui indique en fonction des variables d'entrée et des états de la fonction "signe, saturation" les valeurs 0 des variables i, s et sat ; en admettant ici encore que les bistables sont déclenchés sur les transitions 0, 1 indiquant la fin des impulsions de commande.

| $i_+$, $i_-$ | 0,1 | 0,1 |
|---|---|---|
| 1 | | $\bar{i} = 1$ |
| 2 | $\bar{i} = 1$ | |
| 3 | | $\bar{i} = 1$ |
| 4 | $\bar{i} = 1$ | |
| 5 | $\overline{sat} = 1$ | $\bar{i} = 1$ |
| 6 | $\bar{i} = 1$ | $\bar{s} = 1$ |
| 7 | $\bar{s} = 1$ | $\bar{i} = 1$ |
| 8 | $\bar{i} = 1$ | $\overline{sat} = 1$ |
| 9 | | |

$$\bar{i} = i_- I + i\ \bar{I}$$
$$i = (I + i_-)\ (i_+ + I)$$
$$\bar{s} = i_-\ \bar{I}\ S\ \bar{C} + i_+\ I\ \bar{S}\ C$$
$$\longrightarrow$$
$$s = (\bar{i}_- + I + \bar{S} + C)\ (\bar{i}_+ + \bar{I} + S + \bar{C})$$
$$\overline{sat} = i_-\ \bar{I}\ \bar{S}\ \overline{C} + i_+\ I\ S\ \bar{C}$$
$$sat = (\bar{i}_- + I + S + C)\ (\bar{i}_+ + \bar{I} + \bar{S} + C)$$

La fonction "signe, saturation" est obtenue avec le schéma de la figure V.14.

Le compteur est donc formé d'une suite de décades ; les sorties $z_+$, $\bar{z}_+$, $z_-$ et $\bar{z}_-$ de la décade de poids j étant reliées aux entrées $i_+$, $\overline{I_+}$, $i_-$, $\overline{I_-}$ de la décade de poids j + 1 et les entrées $i_+$, $\overline{I_+}$ et $i_-$, $\overline{I_-}$ de la première décade étant reliées à des fonctions de $I_+$, $I_-$ et S.

On a d'ailleurs très simplement avec la première solution proposée $i_+ = I_+$ et $i_- = I_-$ ; mais on a vu que cette solution avait un inconvénient, le compteur ne représentant pas le module de son contenu si celui-ci est négatif.

Une deuxième solution a déjà été proposée (figure V.7).

Il suffit théoriquement d'inverser les entrées + et − lorsqu'il y a changement de signe du contenu. Pratiquement la solution est un peu plus compliquée, en effet avec le circuit précédemment étudié le changement de signe est réalisé après que la première impulsion suivant un zéro du compteur soit enregistrée par le compteur. Cette impulsion échappe donc à l'aiguillage, l'erreur sur le module du contenu après un changement de signe est ± 2.

Le problème étant supposé résolu il faut qu'après un passage à zéro le compteur occupe la position 1 quelque soit la catégorie de l'impulsion qu'il reçoit.

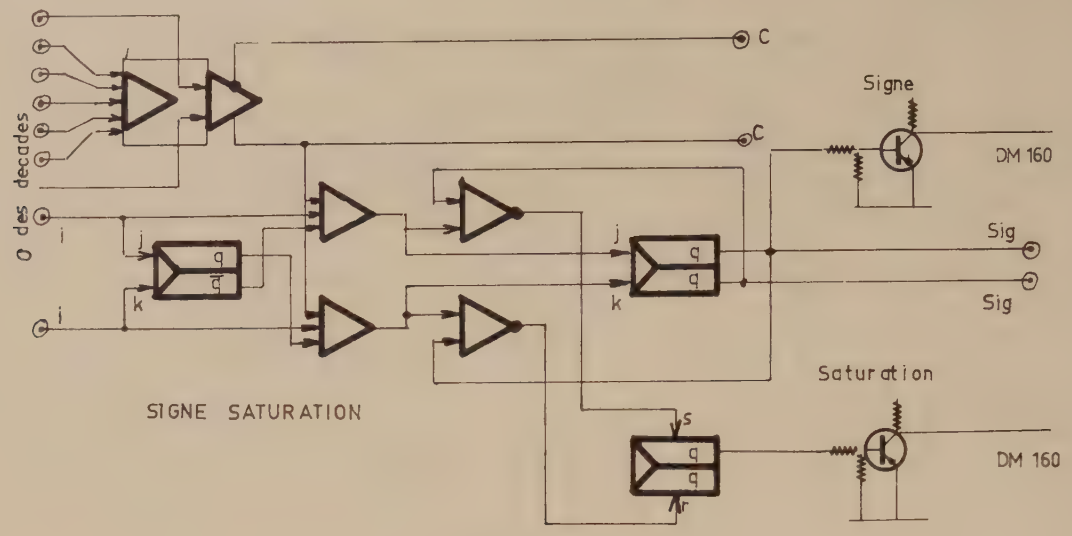



Figure V.14 :

La solution consiste donc à aiguiller la première impulsion qui suit un zéro du compteur vers les entrées $i_+$, $\bar{i}_+$ quelque soit la catégorie de cette impulsion ; puis à inverser les entrées $i_+$ et $i_-$ s'il y a eu changement de signe ou à les conserver dans le cas contraire.

$$i_+ = I_+S + I_-\bar{S} + (I_+ + I_-)\,\bar{C}$$

$$i_- = I_-S + I_+S$$

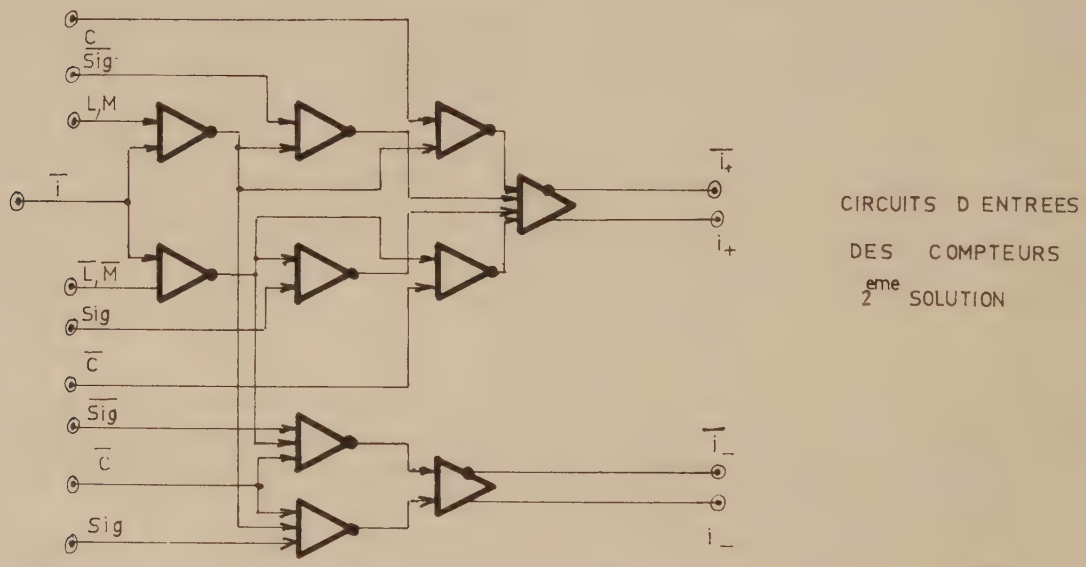



Figure V.15 :

Mise en forme des signaux à l'entrée du transféromètre

Les impulsions t et T proviennent d'un oscillateur pilote décrit plus loin, et correspondent aux normes MECL ; elles ne nécessitent donc aucune mise en forme.

Les impulsions i provenant de la chaîne de détection sont aléatoires, négatives d'amplitude 3 Volts et de largeur 40 ns. D'autre part elles sont complètement indépendantes des impulsions t

et T. Les signaux aux entrées des compteurs sont de la forme i ($f_{(A, B, C, D, E, F)}$). On voit que si les variables A B C D E ou F changent de valeur alors qu'une impulsion i se présente, les signaux aux entrées des compteurs peuvent être très étroits et non conformes aux normes MECL. Il faut donc soit effectuer une mise en forme juste avant les premières décades des compteurs, ou plus simplement mettre dès l'entrée du transféromètre les impulsions i en coïncidence avec une fonction qui les empêche de passer pendant un très court intervalle de temps entourant les impulsions t. La sortie de ce circuit de coïncidence attaquant alors un monostable de mise en forme. Nous avons adopté cette dernière solution (figure V.17).

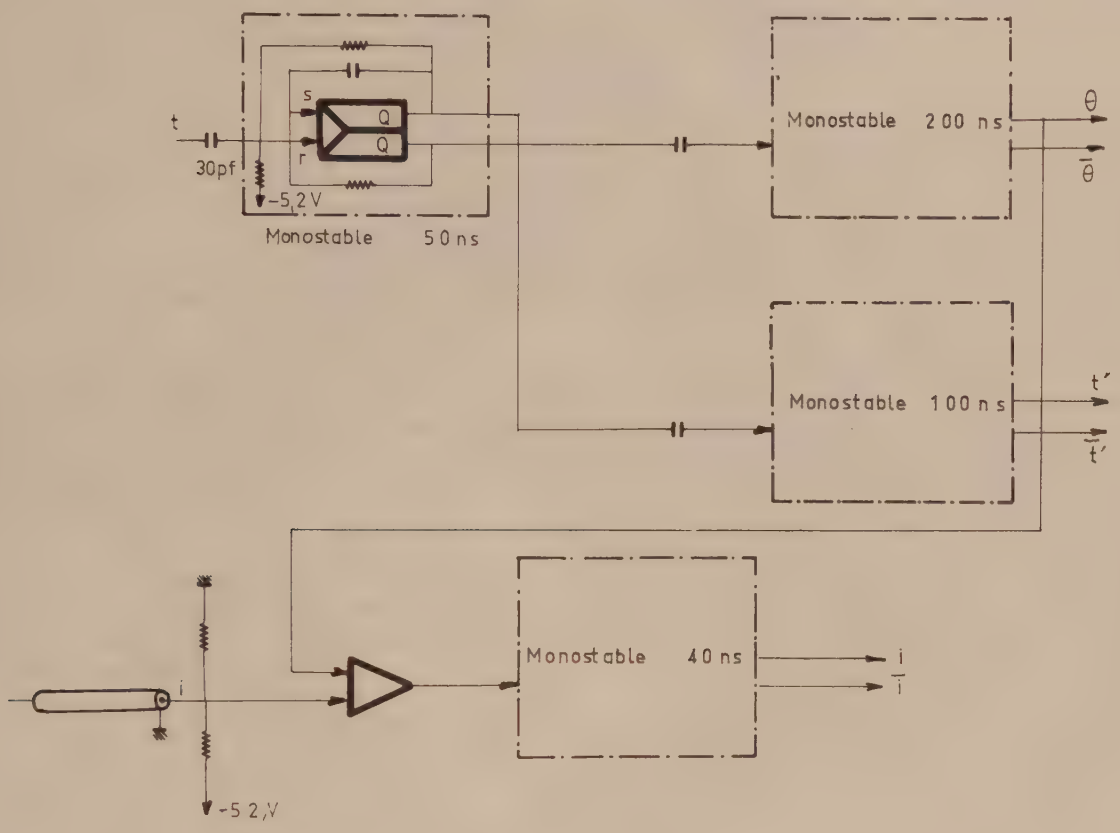



Figure V.17 : Mise en forme de i avec temps mort

Liaisons entre les différentes fonctions

Les liaisons entre circuits intégrés transmettent deux types différents de signaux suivant leur rapidité :

- Des signaux lents dus au programmeur qui ne dépendent pas des variables $i_+$ et $i_-$, leur transmission ne pose pas de problème et est simplement effectuée par des liaisons continues.

- Des signaux rapides qui traduisent des fonctions des variables $i_+$ et $i_-$, ils se présentent sous la forme de suites d'impulsions dont la largeur est environ 40 ns ; afin de ne pas dégrader la forme de ces impulsions des liaisons par câbles coaxiaux adaptés sont nécessaires, dès que la distance à franchir entre deux circuits devient trop importante (supérieure à 20 centimètres). Les impédances de sortie des circuits intégrés étant trop élevés pour pouvoir être directement branchées sur un câble adapté 50 Ω, nous avons dû associer à chacun de ces câbles un amplificateur rapide, adaptateur d'impédance, constitué de deux émetteurs suiveurs complémentaires en série (figure V.16).

Etant donné la disposition géométrique des différentes cartes imprimées dans le transféromètre, des liaisons par câbles adaptés ont été nécessaires entre la plaquette de mise en forme des impulsions i et les plaquettes "entrée sinus" et "entrée cosinus", ainsi qu'entre ces dernières plaquettes et les décades d'entrée des compteurs.

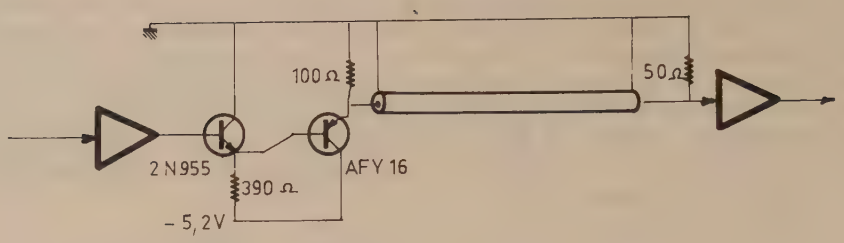



Figure V.16 : Amplificateur adaptateur d'impédance

## V.4 - OSCILLATEUR PILOTE

Le transféromètre que nous avons étudié peut trouver de nombreuses utilisations pour des mesures autres que sur réacteur (mesure de fonction de transfert de système faisant intervenir des processus lents : chimique, calorifique, mécanique, etc...).

Pour permettre ce genre d'applications, nous avons construit un oscillateur pilote dans la gamme 0,01 Hz à 1 000 Hz, qui fournit une sinusoïde et deux suites d'impulsions t et T vérifiant les relations de phase de la figure V.2.

Cet oscillateur doit avoir une bonne stabilité puisque nous avons vu qu'en présence de bruit les mesures peuvent être longues, d'autre part il est souhaitable de ne pas avoir à mesurer à chaque fois la fréquence du signal de l'oscillateur, ces mesures n'étant pas faciles en très basse fréquence, il faut donc donner à l'oscillateur une stabilité telle qu'étant étalonné une fois pour toutes, à l'affichage d'une fréquence, corresponde bien cette fréquence avec une précision supérieure à 1 pour cent par exemple.

La deuxième difficulté consiste à positionner avec précision les impulsions t et T par rapport à la sinusoïde. Nous avons choisi de construire la sinusoïde à partir des suites t et T, ces impulsions étant obtenues par division d'une fréquence d'horloge stabilisée par quartz.

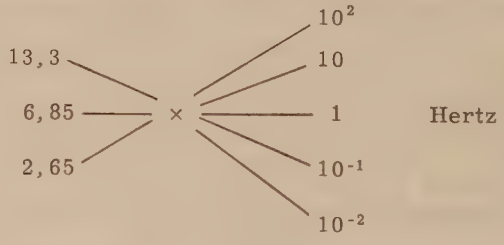
Les deux conditions précédentes sont alors facilement satisfaites ; la sinusoïde est obtenue en décodant les différents états d'un circuit séquentiel périodique ayant 12 états stables, commandé par les impulsions t et T (figure V.18).

En réalité le signal de l'oscillateur n'est pas parfaitement sinusoïdal (figure V.18). Il correspond à une sinusoïde échantillonnée à une fréquence 12 F, puis filtrée par un interpolateur d'ordre 0. Il possède des harmoniques aux fréquences (n 12 F) - 1 et (n 12 F) + 1 ; les rapports des amplitudes des harmoniques au fondamental étant égaux aux rapports de leur fréquence. On peut dans la plupart des cas les négliger, par exemple : L'importance de l'harmonique 11 (le premier qui intervienne) dans les résultats fournis par le transféromètre est inférieure au centième de l'importance du fondamental.

Affichage des fréquences

On affiche la fréquence de la sinusoïde grâce à deux commutateurs qui font varier la fréquence horloge.

Les fréquences possibles sont :




Il est d'autre part possible de faire fonctionner l'oscillateur à partir d'une autre base de temps que le quartz. La gamme de fréquence couverte par l'oscillateur n'est alors limitée que du côté des hautes fréquences par la rapidité des circuits logiques et des circuits de décodages (figure V.18).

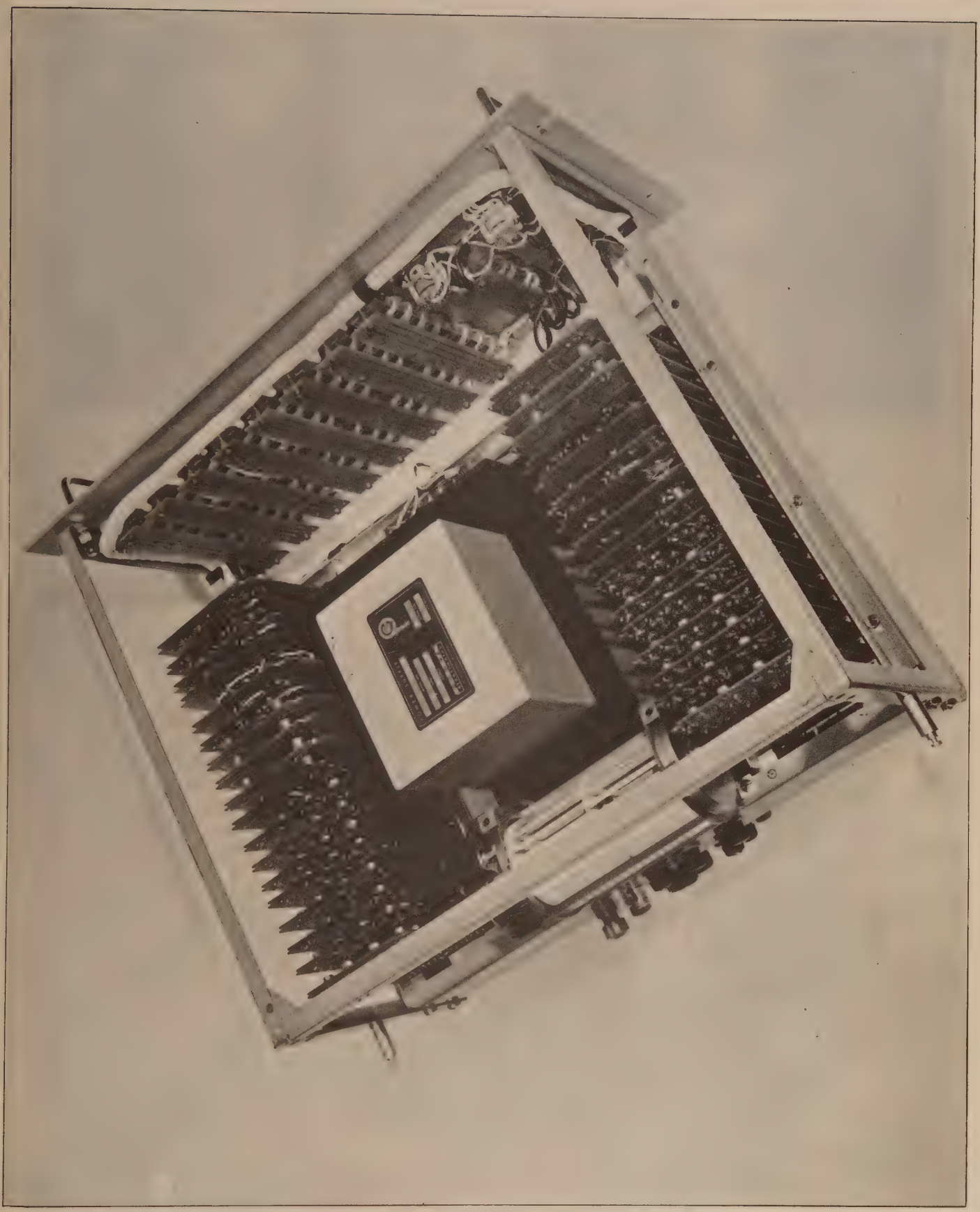
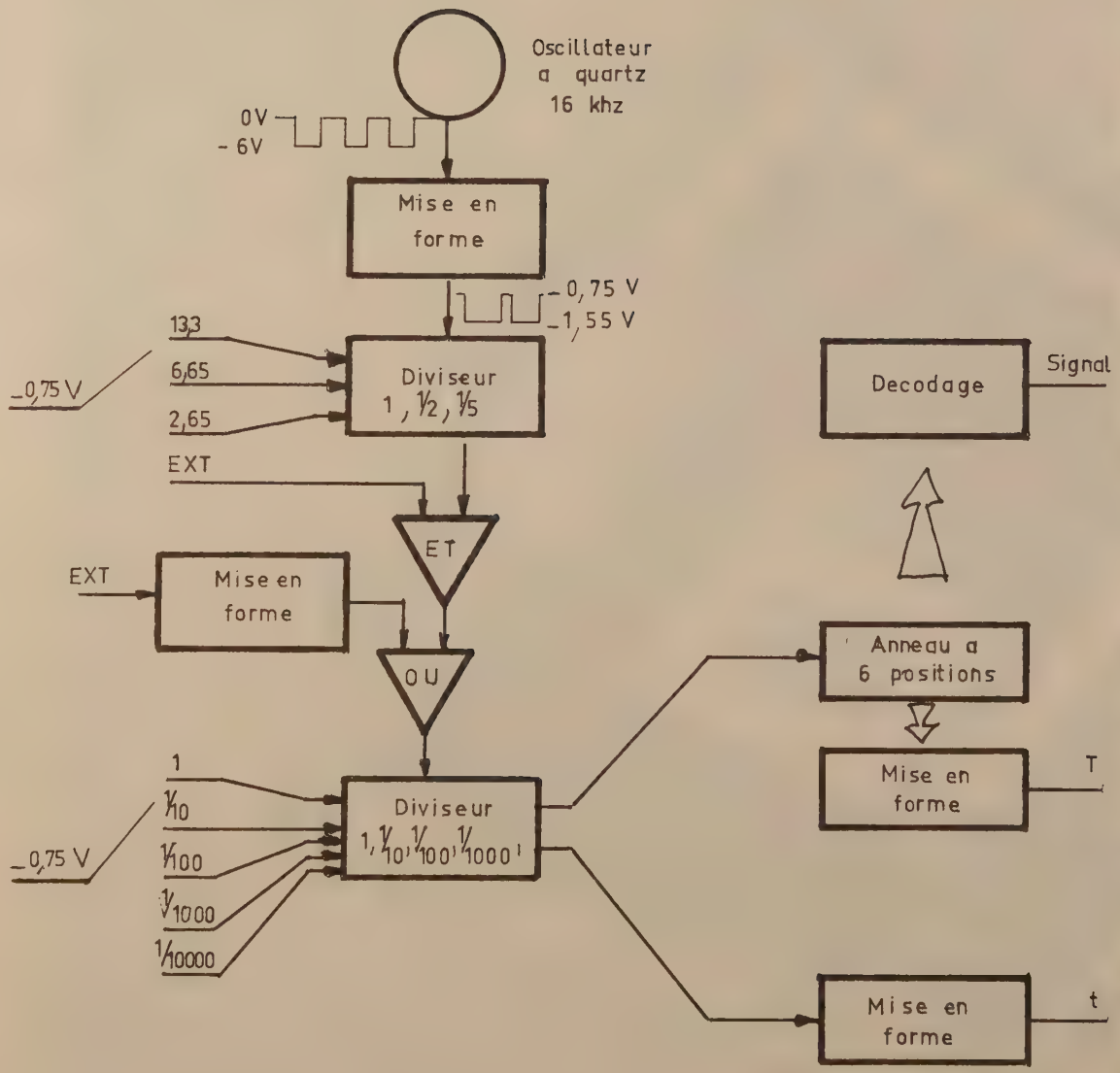
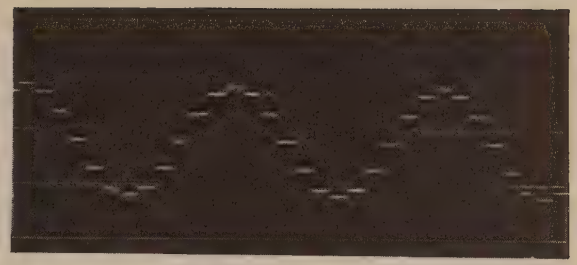
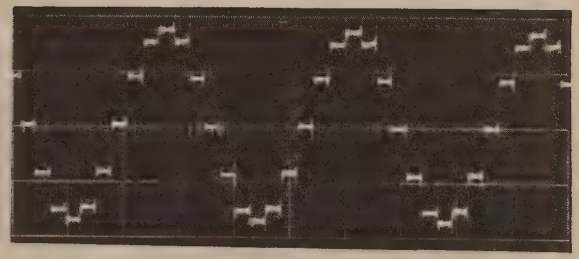


Photo 3

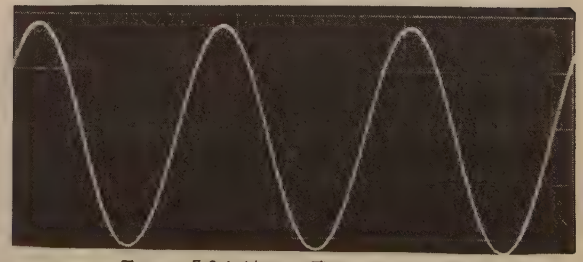


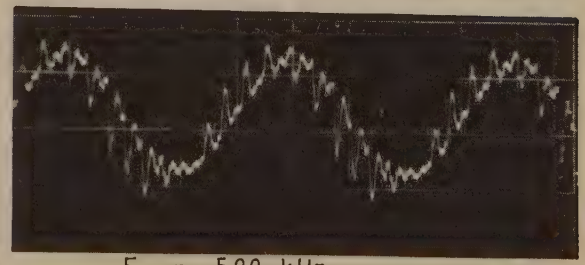
F = 1,33kHz



F ≃ 50 kHz



F = 50 kHz + Filtre passe bas



F = 500 kHz

Figure V.18 : Oscillateur pilote TBF.

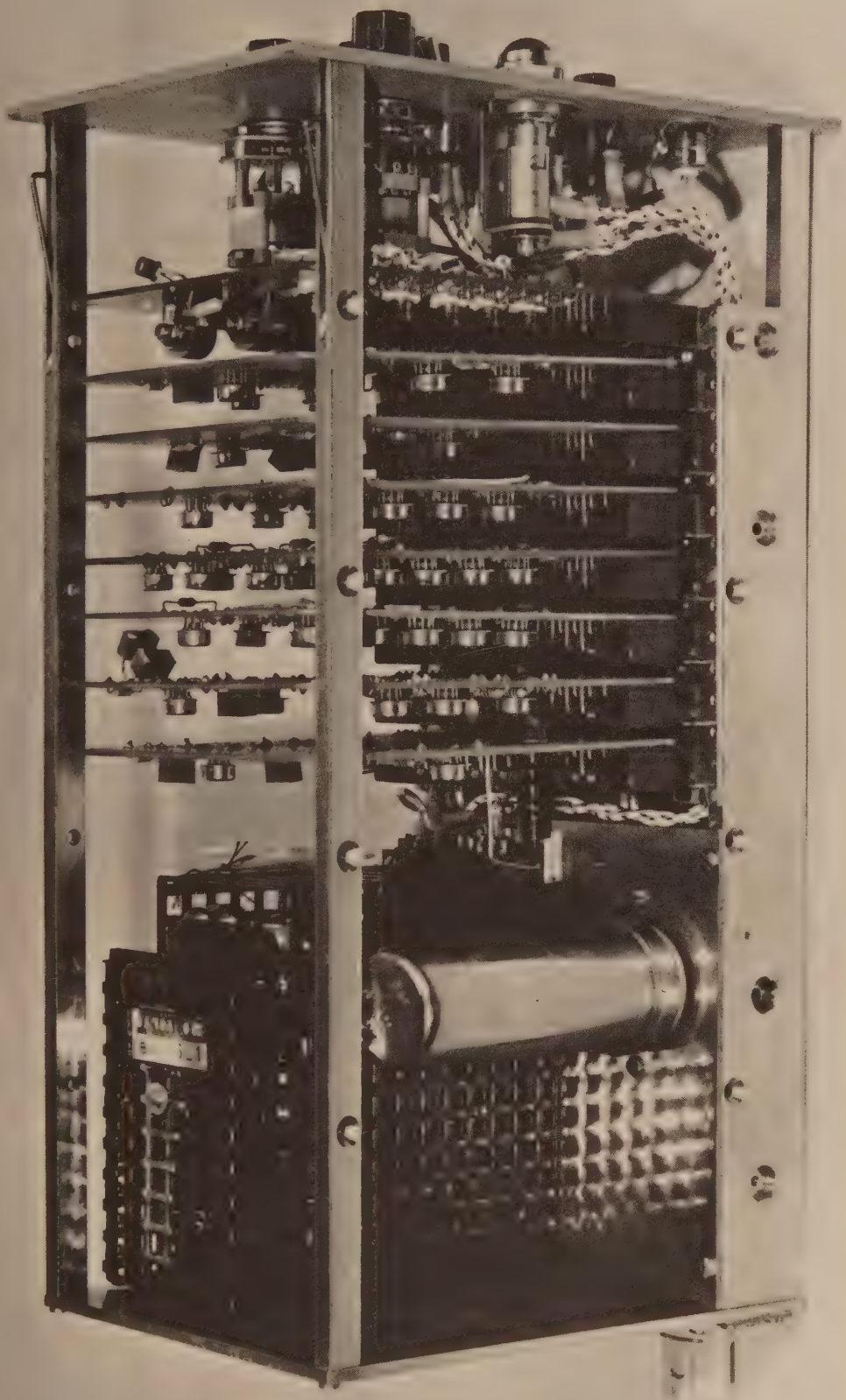


Photo 4 :

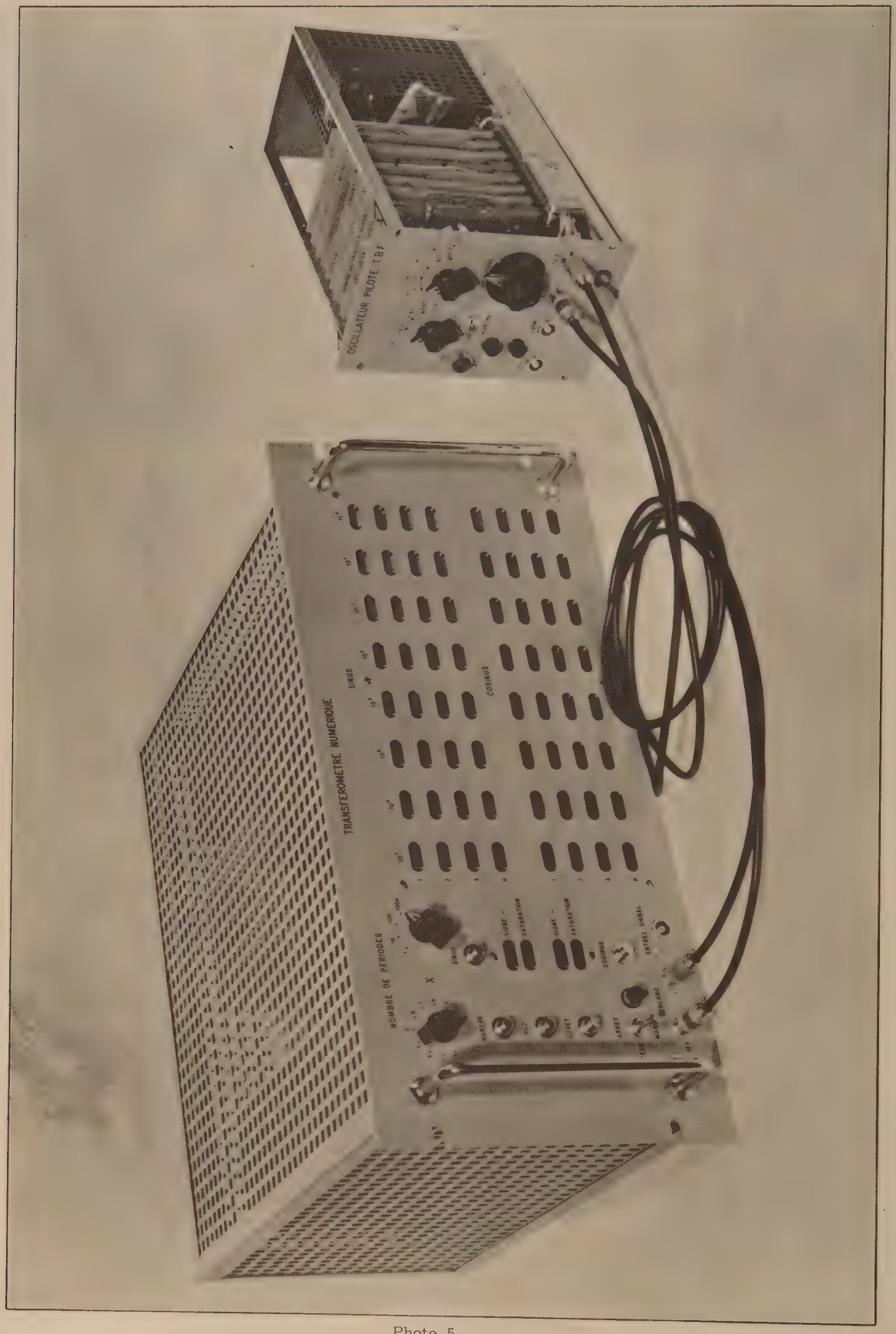

OSCILLATEUR PILOTE 1 BF
TRANSFEROMETRE NUMERIQUE
SINUS
COSINUS
NOMBRE DE PERIODES
MARCHE
ARRET

Photo 5

# CHAPITRE VI

# ESSAIS DU TRANSFÉROMÈTRE

Nous avons effectué deux types de mesures avec le transféromètre, des essais sur réacteur au cours d'expériences d'oscillations et des mesures en laboratoire en utilisant soit un simulateur de pile, soit un convertisseur tension-fréquence.

Les essais sur réacteur ont surtout fourni des résultats qualitatifs. Les expériences d'oscillations auxquelles nous avons participé faisaient partie d'une campagne de mesures de trois mois, et nous n'avons pu que comparer les facilités d'utilisation du transféromètre avec celles des deux autres méthodes de mesures employées jusque là par les physiciens ; les résultats obtenus dans un temps donné étant aussi précis dans les trois cas. Nous décrirons rapidement les deux méthodes de mesures utilisées concurremment au transféromètre ; les avantages de ce dernier apparaîtront alors clairement.

D'autre part dans ces expériences le signal analysé provenait d'un détecteur fonctionnant en courant suivi d'un convertisseur tension-fréquence, et il n'était pas possible d'introduire dans le réacteur en cours d'expérience un détecteur à fissions qui aurait modifié la carte de flux.

Pour se rapprocher autant que possible des futures conditions l'emploi du transféromètre nous avons dû utiliser un générateur d'impulsions aléatoires, appellée aussi simulateur de pile. Enfin, nous avons effectué quelques mesures en laboratoire montrant l'intérêt de cet appareil associé à un convertisseur tension-fréquence pour un laboratoire d'automatique par exemple.

## VI.1 - MESURE SUR REACTEUR

Les deux méthodes de mesures avec lesquelles a été confronté le transféromètre étaient : des mesures effectuées avec un "Velodyne" [9, 11] et des mesures utilisant un bloc-mémoire BM 96 et un calculateur.

### Velodyne

Cet appareil effectue les mêmes opérations que le transféromètre mais de manière analogique. Le signal analysé provient d'un détecteur fonctionnant en courant suivi d'un amplificateur à grand gain ; à l'entrée de l'amplificateur est appliquée une tension continue en opposition avec le signal détecté, qui élimine approximativement la composante continue du signal.

Les multiplications sont effectuées par deux potentiomètres entraînés en quadrature par deux moteurs sinus et cosinus et deux amplificateurs opérationnels intégrent les deux fonctions :

$$s_t \cos \omega t \qquad \text{et} \qquad s_t \sin \omega t.$$

Cet appareil est contenu dans une baie, d'autre part les mesures doivent être précédées de plusieurs réglages afin de vérifier que les potentiomètres ont une phase correcte par rapport au signal de référence et que les gains des amplificateurs intégrateurs n'ont pas dérivé.

### Bloc mémoire BM 96

Le signal analysé provient d'un détecteur fonctionnant en courant suivi d'un amplificateur et d'un convertisseur tension-fréquence. Le BM 96 est utilisé en multiéchelle autrement dit, il compte pendant des intervalles de temps $\frac{T}{n}$ (T étant la période du signal et n le nombre d'échantillons par

période) et le résultat de chaque comptage est transféré dans un registre dont l'adresse varie de 1 à n au cours d'une période. Après un certain nombre de périodes le contenu de chaque registre, qui représente une moyenne de l'échantillon correspondant avec la durée de la mesure est transféré sur une bande perforée.

Les calculs permettant d'obtenir $a_{(\omega)}$ et $b_{(\omega)}$ sont ensuite effectués sur une machine à calculer.

Cette méthode est évidemment très souple, elle autorise de grandes fréquences d'échantillonnage et permet d'analyser plusieurs signaux en même temps ; par contre les résultats ne sont pas immédiats et surtout un matériel important est immobilisé.

La comparaison des résultats obtenus avec ces deux méthodes et avec le transféromètre pendant un même temps de mesure n'a montré aucune divergence. Le seul point sur lequel le transféromètre peut être critiqué étant la mauvaise rejection des harmoniques 5, 7, 11 etc.. nous avons essayé de mesurer l'importance de l'harmonique $S^5$ ; son amplitude était inférieure à $\frac{1}{100}$ de celle de fondamental ou plus exactement le résultat de la mesure était noyé dans le bruit de fond pour un temps de mesure équivalent à celui de la mesure du fondamental.

## VI. 2 - GENERATEUR D'IMPULSIONS ALEATOIRES*

Ce générateur est constitué d'un photomultiplicateur éclairé par un voyant lumineux DM 160 dont la luminosité peut être modulée en agissant sur sa tension de grille. Les impulsions provenant du PM sont amplifiée puis discriminées et mises en forme.

Le signal fourni par ce générateur est formé d'une suite d'impulsions dont la largeur est de 5 ns et l'amplitude 2,5 Volts. Le temps mort dû au discriminateur est de l'ordre de la largeur de l'impulsion, la fréquence moyenne de ces impulsions est une fonction approximativement exponentielle de la tension de grille du DM 160. Pour pouvoir utiliser ce générateur nous avons dû élargir les impulsions, le fonctionnement du transféromètre étant prévu pour des largeurs égales à 35 ns qui correspondent aux signaux fournis par les détecteurs à fissions.

Nous avons réglé d'amplitude du signal de modulation provenant de l'oscillateur-pilote de telle manière que l'amplitude de l'oscillation résultante du signal $s_{(t)}$ soit de l'ordre de 1 % autour d'une fréquence moyenne d'impulsions de $10^6$ c/s. La fréquence de l'oscillation était de 13,3 Hz.

On a vérifié que la variance des résultats de mesures effectuées sur le signal $s_{(t)}$ modulé était bien la même que la variance des résultats en absence de modulation ; ce qui justifie le schéma proposé au Chapitre III pour le signal $s_{(t)}$. Les calculs de variance sont fastidieux (il faut en effet élever près de 400 nombres au carré pour obtenir une précision de 10 %) aussi ne reproduisons-nous pas tous les résultats numériques.

La variance sans modulation était de 1 200 ± 10 % pour des mesures portant sur 10 périodes et était sensiblement la même avec modulation. Le taux de modulation mesuré sur 10 minutes était de 2,2 % ; il suffisait donc de 7 minutes pour obtenir une précision de 1 %. Il n'a pas été possible de vérifier ce résultat, les temps de mesure devenant alors trop importants de même qu'il n'a pas été possible de mesurer les amplitudes des harmoniques (ces amplitudes étaient inférieures à $\frac{1}{100}$ de celle du fondamental.

## VI. 3 - ESSAIS EN LABORATOIRE

Analyse harmonique du signal fourni par l'oscillateur

On a vu que le signal n'est théoriquement pas parfaitement sinusoidal, il possède des harmoniques aux fréquences 11 f, 13 f, 23 f, 25 f, etc... le rapport de l'amplitude du fondamental à celles des harmoniques étant égal à l'ordre de ces harmoniques.

Nous avons voulu vérifier que la réalisation correspond à ces caractéristiques et entre autres choses que le décodage de l'anneau n'introduit pas d'autres harmoniques.

---

* Ce générateur a été étudié par la Section d Instrumentation Nucléaire Rapide du Département d'Electronique Générale, détachée au C. E. N. Grenoble.

Ces mesures ont été faites en modifiant légèrement l'oscillateur : le transféromètre était programmé à fréquence constante : 1,33 kHz et les impulsions t délivrées par le quartz passaient à travers un diviseur variable avant d'exciter le circuit séquentiel décodé (figure VI.1).

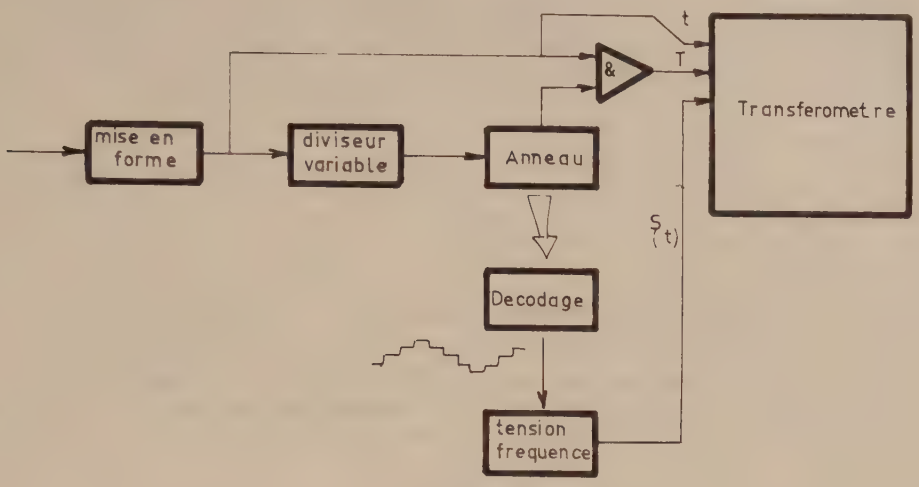



Figure VI.1 :

La mesure portait sur 1 000 périodes du fondamental, le rapport "signal sur bruit" pour la mesure du fondamental étant de l'ordre de 0,2 %, les résultats sont résumés ci-dessous :

| | Amplitude | Phase |
|---|---|---|
| Fondamental | 1 | 0 |
| Harmonique 2 | $10^{-3}$ | |
| Harmonique 3 | $0,5 \quad 10^{-2}$ | $+\frac{\pi}{2}$ |
| Harmonique 4 | $10^{-3}$ | |
| Harmonique 5 | $10^{-2}$ | 0 |
| Harmonique 6 | $10^{-3}$ | |
| Harmonique 7 | $0,75 \quad 10^{-2}$ | $+\frac{\pi}{2}$ |
| Harmonique 8 | $10^{-4}$ | |
| Harmonique 9 | $0,2 \quad 10^{-2}$ | 0 |
| Harmonique 10 | $10^{-4}$ | |
| Harmonique 11 | $\frac{1}{11}$ | $\pi$ |
| Harmonique 12 | $10^{-4}$ | |
| Harmonique 13 | $\frac{1}{13}$ | 0 |
| Harmonique 14 | $10^{-4}$ | |
| Harmonique 15 | $10^{-4}$ | |
| Harmonique 16 | $10^{-4}$ | |

Utilisation du transféromètre pour des mesures de fonction de transfert

Nous avons effectué deux expériences différentes : une mesure de fonction de transfert mettant en jeu des phénomènes calorifiques et le relevé de la réponse en fréquence d'un quadripôle électrique simple. Dans les deux cas le signal d'excitation provenait de l'oscillateur pilote, le signal analysé provenant d'un convertisseur tension-fréquence.

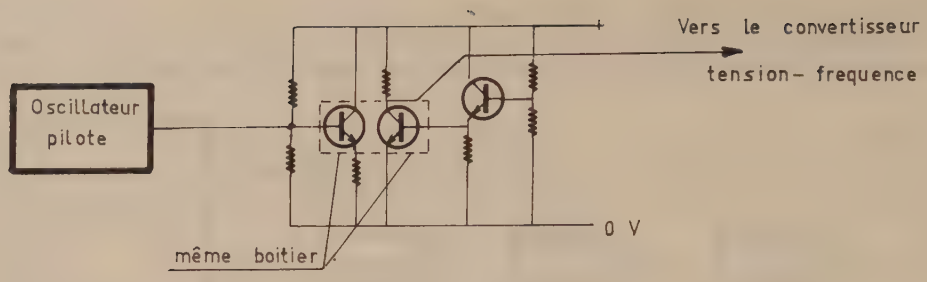



Figure VI.2 :

Couplage thermique entre deux transistors situés sous un même boîtier

Le montage correspondait à celui de la figure VI.2. Le courant débité par le transistor $T_1$ était proportionnel au signal en e et la tension du collecteur de $T_2$ était analysée, ce transistor ayant une tension base-émetteur constante. On a représenté sur la figure VI.3 la réponse en fréquence de ce système. Ces mesures ont demandé environ 2 heures.

Réponse en fréquence d'un quadripole électrique

Le montage étudié est représenté figure VI.4. La réponse théorique et la réponse en fréquence mesurée sont représentées figure VI.5.

Ces deux dernières expériences n'ont pour but que de montrer l'intérêt de ce transféromètre pour des mesures autres que celles pour lesquelles il a été primitivement étudié. Cet intérêt étant dû surtout à la gamme de fréquence couverte par le transféromètre associé à l'oscillateur-pilote, à la simplicité de leur mise en œuvre et à la précision avec laquelle les mesures peuvent être effectuées.

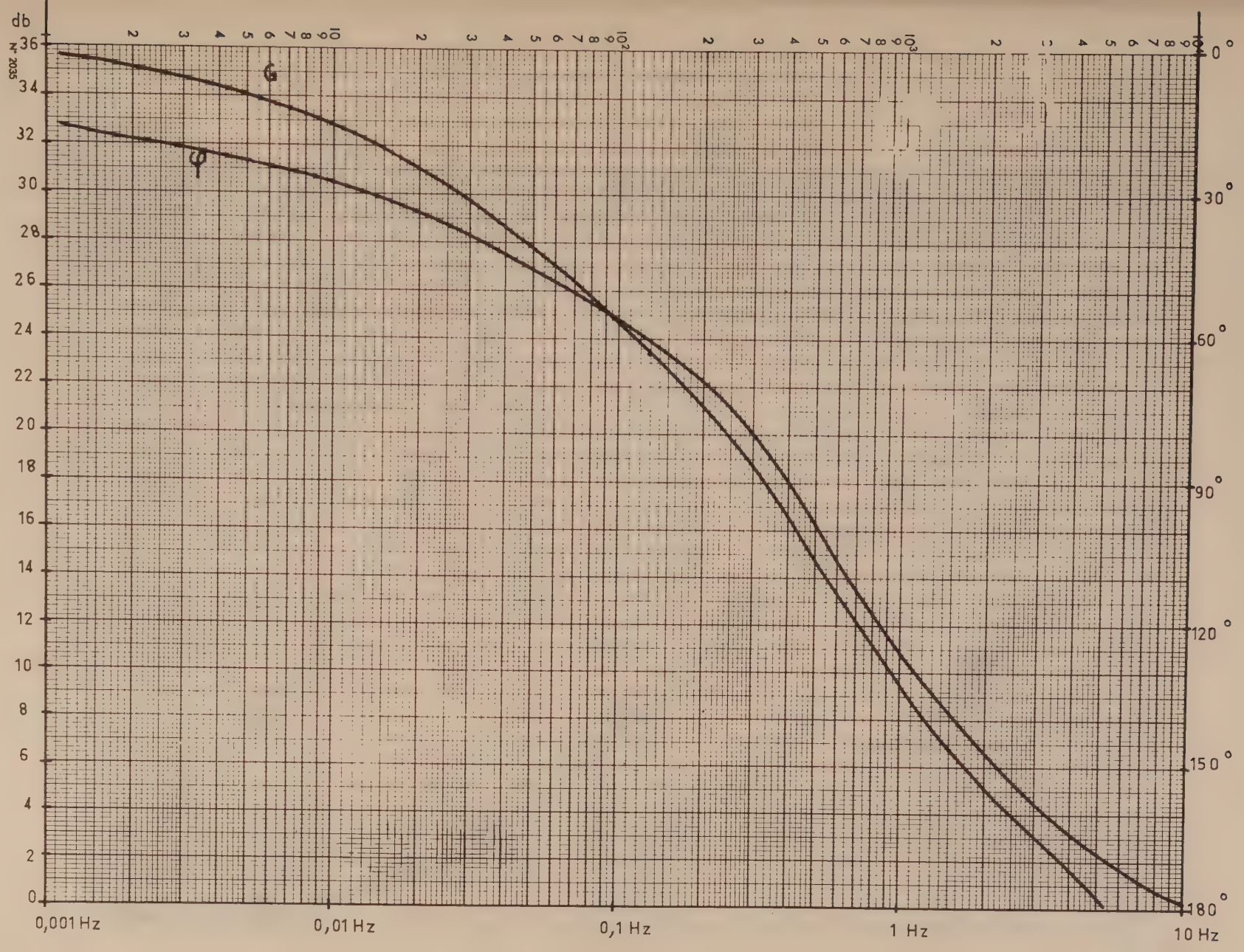

db
N° 2035
36
34
32
30
28
26
24
22
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
0°
30°
60°
90°
120°
150°
180°
0,001 Hz
0,01 Hz
0,1 Hz
1 Hz
10 Hz

Figure VI.3

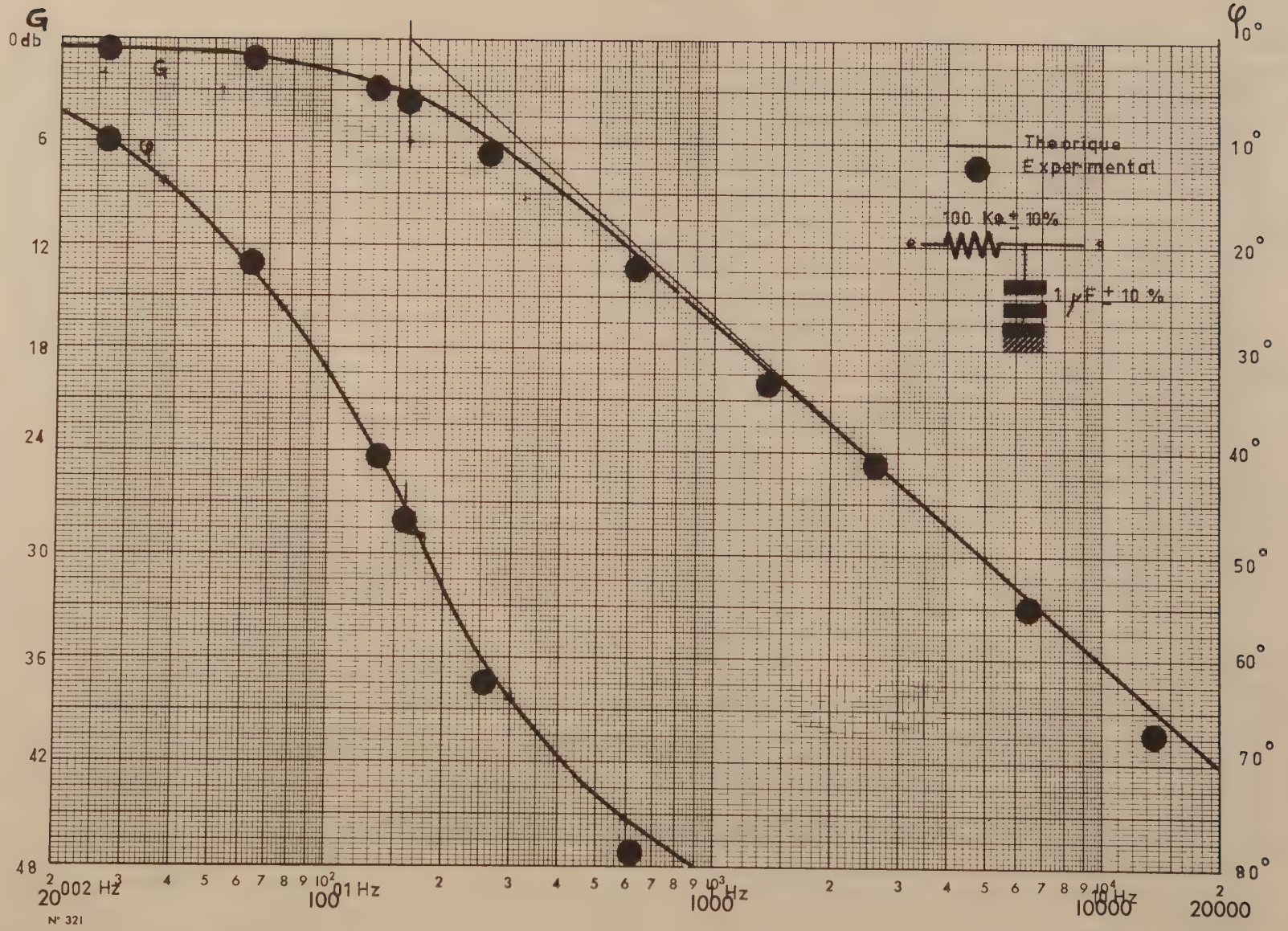

G
0 db
6
12
18
24
30
36
42
48
φ
0°
10°
20°
30°
40°
50°
60°
70°
80°
Théorique
Expérimental
100 Kω ± 10%
1 μF ± 10 %
2 3 4 5 6 7 8 9 10² Hz
2 3 4 5 6 7 8 9 10³ Hz
2 3 4 5 6 7 8 9 10⁴ Hz
2
20002 Hz
1001 Hz
1000 Hz
10000
20000
N° 321

Figure VI.4 :

CHAPITRE VII

# ADAPTATION DU TRANSFÉROMÈTRE A DES MESURES DE SPECTRES DE PUISSANCE

On a vu au Chapitre III que si un signal $s_{(t)}$ aléatoire stationnaire et ergodique est appliqué à l'entrée du transféromètre, celui-ci étant programmé à la fréquence f et fonctionnant pendant K périodes les résultats a et b affichés sur les deux voies sont des variables aléatoires telles que :

$$\bar{a} = \int_{-\infty}^{+\infty} A_{(t)} \, \overline{s_{(t)}} \, dt = 0$$

$$\bar{b} = \int_{-\infty}^{+\infty} B_{(t)} \, \overline{s_{(t)}} \, dt = 0$$

$$\bar{a}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |A_{(f)}|^2 \, W_{(f)} \, df$$

$$\bar{b}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |B_{(f)}|^2 \, W_{(f)} \, df$$

Les fenêtres spectrales $|A_{(f)}|^2$ et $|B_{(f)}|^2$ sont égales lorsque les opérations sur les deux voies sont identiques mais décalées dans le temps de $\frac{1}{4f}$ (figure VI.7 et figure IV.8). D'autre part ces fenêtres spectrales n'ont de valeurs notables que dans une zone de largeur $\frac{f}{K}$ entourant les points + f et - f.

On entrevoit ainsi la possibilité d'effectuer l'analyse spectrale d'un signal aléatoire.

Pratiquement les valeurs $\overline{a^2}$ ou $\overline{b^2}$ ne sont pas mesurables puisqu'elles sont les moyennes d'une infinité de résultats $a^2$ ou $b^2$ ; il faut donc avant tout étudier dans quelles limites la moyenne d'un nombre X fini de résultats $a^2$ ou $b^2$ est représentative de $\overline{a^2}$ ou $\overline{b^2}$.

## VII.1 - TEMPS DE MESURE NECESSAIRE A UNE PRECISION DONNEE

On appelle $a_j$ et $b_j$ les résultats d'une mesure j durant K périodes et portant sur un échantillon $s_j(t)$ du signal et on veut déterminer le nombre X de mesures tel que la variable aléatoire $\frac{1}{X} \sum_{j=1}^{X} a_j^2$ soit avec une probabilité p donnée une représentation de $\overline{a^2}$ avec une précision $\overline{\Delta a^2}$ donnée.

Ce calcul nécessite la connaissance du deuxième moment de la distribution de $a^2$ c'est-à-dire

$$\overline{a^4} = \iiiint_{-\infty}^{+\infty} A_t \, A_{t'} \, A_{t''} \, A_{t'''} \, \overline{s_{(t)} \, s_{(t')} \, s_{(t'')} \, s_{(t''')}} \, dt \, dt \, dt \, dt$$

La fonction $\overline{s_{(t)} \, s_{(t')} \, s_{(t'')} \, s_{(t''')}}$ est en général inconnue et il faut faire une hypothèse sur la distribution $P(s_{(t)})$.

L'hypothèse la plus naturelle est de supposer $P(s_{(t)})$ gaussienne, ce qui entraîne que $P_{(a)}$ est aussi gaussienne puisque a est une combinaison linéaire de variables aléatoires gaussiennes.

$$a_j = \int_{-\infty}^{+\infty} s_j(t) \, A_j(t) \, dt$$

$$P_{(a)} = \frac{1}{\sqrt{2\ \pi\ a^2}}\, e^{-\frac{a^2}{2\ a^2}}$$

posons $\alpha = a^2$ on a :

$$P_{(\alpha)} = \frac{1}{\sqrt{2\ \pi\ a^2\ \alpha}}\ e^{-\frac{\alpha}{2\ a^2}} \quad \text{pour } \alpha < 0$$

Cette distribution a pour fonction caractéristique

$$\Phi_{(u)} = [1 - 2\ \overline{a^2}\ i\ u]^{-\frac{1}{2}}$$

et en dérivant on trouve

$$\overline{\alpha^2} - \overline{\alpha}^2 = 2\ \overline{a^2}^2$$

Si on fait la somme de X mesures on obtient $\sum_{j=1}^{X} \alpha_j$ qui est encore une variable aléatoire.

Les X mesures étant supposées indépendantes on sait que la variable $\sum_{j=1}^{X} \alpha_j$ suit une loi qui tend vers une loi normale lorsque $X \longrightarrow \infty$, (théorème "limite centrale") en pratique à partir de X = 30 l'approximation est bonne.

Soit $\Theta$ l'écart type de la distribution de $\sum_{1}^{X} \alpha_j$ si $\sum_{j=1}^{X} \alpha_j$ est supérieur à 30 on peut dire que dans 95 % des cas est dans l'intervalle :

$$\left[ \sum_{1}^{X} \overline{\alpha_i} - 2\ \Theta\ ,\ \sum_{1}^{X} \overline{\alpha_i} + 2\ \Theta \right]$$

en calculant les dérivées de $[\Phi_{(u)}]^X$ on trouve :

$$\Theta = \overline{a^2}\ \sqrt{2\ X}$$

$$\left(\frac{\Theta}{\Sigma\ \alpha_i}\right)^2 = \frac{2}{X}$$

Exemple

En prenant la moyenne de 200 mesures on a 95 % de chance pour qu'elle soit une représentation de $\overline{a^2}$ avec une précision de ± 20 %.

D'autre part on a vu au Chapitre III que les variables a et b, sont pratiquement indépendantes aussitôt que K est supérieur à 3 ou 4, on peut donc diviser par deux le temps de mesure en calculant pour chaque échantillon j

$$a_j^2 + b_j^2$$

## VII.2 - ELEVATIONS DES NOMBRES $a_j$ ET $b_j$ AU CARRE

Le deuxième problème a résoudre est d'élever au carré les contenus $a_j$ et $b_j$ des compteurs après chaque mesure. Cette opération demande en général un matériel considérable surtout lorsque les nombres $a_j$ et $b_j$ sont importants.

Toutefois on sait (on l'a vu au Chapitre II dans un cas particulier) qu'il est possible de fortement quantifier une variable aléatoire, la variable résultant de cette quantification conservant les mêmes propriétés statistiques au moins pour les deux premiers moments tant que le pas de quantification N est inférieur à $2\sigma$.

D'autre part, une variable aléatoire gaussienne prend pratiquement toutes ses valeurs dans l'intervalle + ou - $3\sigma$.

Donc si on ne s'intéresse qu'aux résultats des compteurs qui sont compris entre N et kN il est possible de les diviser par N, les nouvelles variables aléatoires $a_{jN}$ et $b_{jN}$ ont les mêmes propriétés statistiques que $a_j$ et $b_j$ (compte tenu de la correction $\overline{a_N^2} = \overline{a^2} + \frac{N^2}{12}$) si a et b sont tels que

$$\frac{N}{2} < \sqrt{\overline{a^2}} < \frac{kN}{3}$$

par exemple si k = 16 il suffit d'élever au carré le contenu des 4 premières bascules suivant la bascule de rang n = $Log_2 N$ lorsque le compteur fonctionne en binaire pur pour obtenir les valeurs $\overline{a^2}$ comprises entre $\frac{N^2}{4}$ et 28 $N^2$, soit avec une dynamique de 100.

Or il est très facile avec peu d'éléments d'élever au carré les nombres de 0 à 15, simplement en leur faisant correspondre grâce à un circuit combinatoire leur carré affiché sur un registre de 8 bascules. Pour effectuer la somme des carrés il suffit de donner au registre précédent une structure de compteur le nombre affiché n'étant plus carré de $a_{Nj}$ ou $b_{Nj}$ mais son complèment à 256. Une suite d'impulsions remplit alors ce compteur jusqu'à 256, et, pendant le même temps remplit un compteur décimal sur lequel le résultat final est affiché.

Une autre possibilité permettant d'augmenter la dynamique des mesures tout en augmentant peu le volume de la logique consiste à effectuer une quantification exponentielle (figure VII. 1) l'inconvénient de cette solution est que la correction à faire $\left(-\frac{N^2}{12}\right.$ avec la solution précédente$\left.\right)$ est variable avec $\overline{a^2}$ il faut alors prévoir un abaque établissant la correspondance entre la valeur lue et la valeur vraie.

Nous avons retenu pour une réalisation ultérieure la première solution.

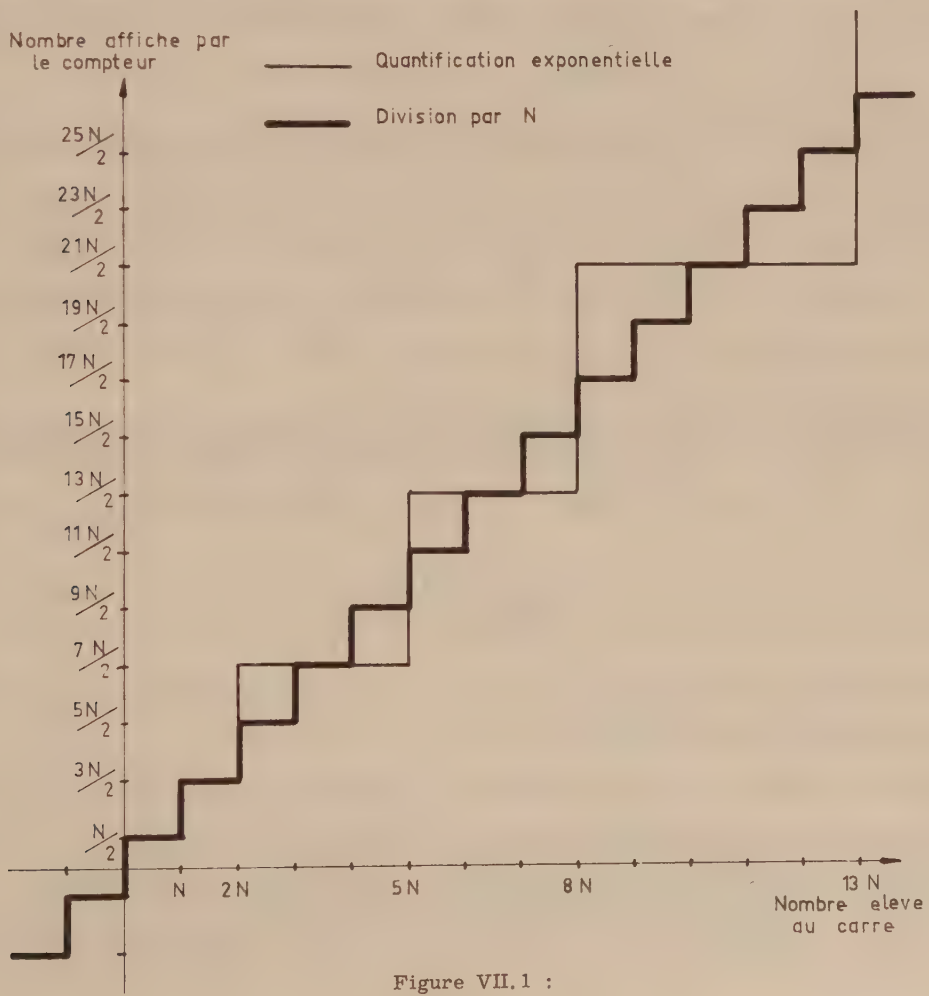



Figure VII. 1 :

## VII.3 - ORDRE DE GRANDEUR DES DIFFERENTS DIVISEURS ET COMPTEURS CONSTITUANT L'ANALYSEUR DE SPECTRE

On peut se fixer une fréquence minimale d'analyse de 0,1 Hz, une résolution maximale $\frac{f}{\Delta f} = 10$ une intensité maximale du spectre de puissance de $10^5$ c/Hz, une intensité minimale de 10 c/Hz et un taux de comptage moyen maximal de $10^6$ c/s.

- Capacité de l'ensemble diviseur-compteur reversible

$$10^6 \times \frac{1}{0,1} \longrightarrow 10^7$$

- Capacité du diviseur

En supposant le spectre de puissance maximal pour 0,1 Hz

$\overline{a^2} = 10^7$ $\quad N_{max}$ doit être égal à $10^8$

- Capacité du compteur réversible

En supposant le spectre de puissance minimal pour 0,1 Hz

$\overline{a^2} = 10^3$ $\quad$ il faut une capacité de l'ordre de $10^6$

- Capacité du compteur affichant les résultats

En supposant que la moyenne se fasse au plus sur 1 000 mesures la capacité maximale est de

$16^2 \times 2\,000$ $\quad$ soit environ $5.10^5$

Nous avons pris volontairement des caractéristiques très poussées, même avec ces caractéristiques 150 bascules environ permettent de réaliser ce mesureur de spectre.

La division par N peut être effectuée en faisant passer la suite d'impulsions à travers un diviseur par N avant d'attaquer les compteurs reversibles, ou en ne décodant pas les premières bascules des compteurs. La première solution est évidemment la moins coûteuse, toutefois la correction à effectuer n'est plus $\frac{N^2}{12}$ mais $\frac{N^2}{4}$ (Chapitre II), et surtout N doit être inférieur à deux fois la variance d'un comptage pendant $\frac{T}{6}$ et non plus à 2 $(\overline{a^2})^{1/2}$ ; ce qui peut limiter la dynamique des mesures à une valeur nettement inférieure à 100.

Une solution intermédiaire consiste à faire précéder les 4 bascules décodées de deux décades reversibles non décodées, le tout étant précédé d'un diviseur variable. Supposons que le taux de division global soit N le taux de division du diviseur variable est alors $\frac{N}{100}$ et la correction à effectuer est de :

$$\frac{N^2}{(100)^2 \times 4} + \frac{N^2}{12}$$

On peut négliger le premier terme ; dans tous les cas la correction sera $\frac{N^2}{12}$ avec pour seule condition que N soit inférieur à 2 $(\overline{a^2})^{1/2}$.

Il faudrait en effet pour que la condition : $\frac{N}{100}$ inférieure à la moitié de la variance d'un comptage pendant $\frac{T}{6}$, devienne prépondérante que le spectre de puissance pour la fréquence à laquelle est effectuée la mesuré soit plus de mille fois plus important qu'à l'origine.

Cette solution se justifie encore plus si on étudie de quelle manière la division de $s_{(t)}$ modifie le spectre de puissance ou, ce qui revient au même, la fonction d'autocorrélation de ce signal.

Nous mesurons le spectre de puissance de $s_{(t)}$ par l'intermédiaire des coefficients de corrélation existant entre échantillons $s'_N(t_j)$ ce sont donc ces coefficients qui doivent être préservés par la division.

Soit $P(s'_{(t_j)}\ s'_{(t_i)})$ la distribution de probabilité de deux échantillons avant division. La distribution de probabilité des échantillons après division $P(s'_N(t_j)\ s'_N(t_i))$ est obtenue à partir de $P(s'_{(t_j)}\ s'_{N(t_i)})$ par un filtrage sur les variables $s'_{(t_j)}$ et $s'_{(t_i)}$ (Chapitre II) [Réf. 12, 13] et un double échantillonnage de fréquence $\frac{1}{N}$

Les variables $s'_{(t_j)}$ et $s'_{(t_i)}$ étant gaussienne leur fonction caractéristique est de la forme :

$$\varphi_{(u_1\ u_2)} = e^{-\frac{\sigma^2}{2}(u_1^2 + 2\rho u_1 u_2 + u_2^2)}$$

La fonction caractéristique des variables $s'_N(t_j)$ et $s'_N(t_i)$ est égale à

$$\varphi_{N(u_1\ u_2)} = \sum_{k_1\ k_2} (-1)^{k_1 + k_2}\ \varphi\left(u_1 + \frac{2k_1\pi}{N},\ u_2 + \frac{2k_2\pi}{N}\right) G\left(u_1 + \frac{2k_1\pi}{N}\right) G\left(u_2 + \frac{2k_2\pi}{N}\right)$$

Le coefficient $\rho$ ne sera pas altéré si les premières dérivées de $\varphi_N(u_1\ u_2)$ autour de $u_1 = 0$ $u_2 = 0$ sont égales aux dérivées de $\varphi(u_1\ u_2)$ c'est-à-dire si

$$e^{-\frac{\sigma^2}{2}(u_1^2 + 2\rho u_1 u_2 + u_2^2)}$$

est négligeable devant 1 pour les valeurs $\left(u_1,\ \pm\frac{2\pi}{N}\right)\left(u_2,\ \pm\frac{2\pi}{N}\right)$.

Les maxima de $e^{-\frac{\sigma^2}{2}(u_1^2 + 2\rho u_1 u_2 + u_2^2)}$ sur les droites $u_1,\ \pm\frac{2\pi}{N}$ et $u_2, \pm\frac{2\pi}{N}$ sont sur deux des points $\left(\pm\frac{2\pi}{N},\ \pm\frac{2\pi}{N}\right)$ suivant le signe de $\rho$ et ils ont pour valeur

$$e^{-\sigma^2\left(\frac{2\pi}{N}\right)^2(1 - |\rho|)}$$

Si N est égal à $\sigma$, on a pour ces maxima :

$$e^{-40(1 - |\rho|)}$$

On voit que pour $\rho$ très voisin de 1 l'erreur due à la division peut ne pas être négligeable, il est donc prudent d'adopter la solution proposée pour obtenir un taux de division maximum

## VII.4 - AVANT PROJET

L'appareil comporte quatre dispositifs d'affichage manuel :

- Affichage de la fréquence d'analyse (en réalité on affiche cette fréquence sur l'oscillateur - pilote),
- Affichage du nombre de mesures sur lequel est calculée la moyenne $\overline{a^2}$,
- Affichage de la résolution ou, ce qui revient au même, du nombre de périodes sur lequel porte chaque mesure,
- Affichage du facteur de division N.

Le spectre de puissance variant peu entre deux mesures à fréquences différentes il ne faut pas qu'on ait à corriger les résultats afin de tenir compte des durées différentes de mesures, autrement dit en série avec le diviseur de taux N doit être prévu un diviseur commandé par l'affichage de la fréquence d'analyse.

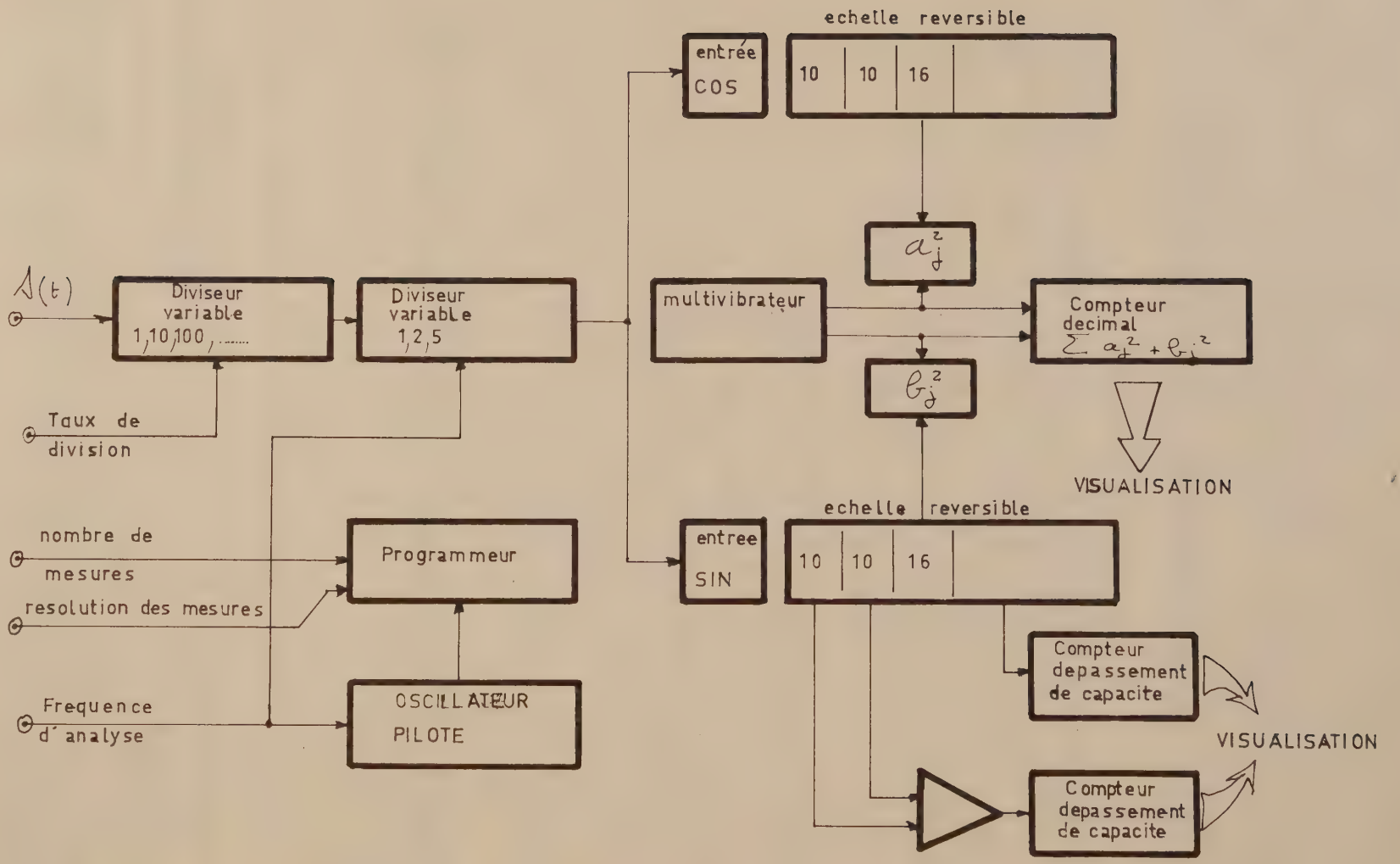



Figure VII. 2 : Analyseur de spectres.

D'autre part, il faut prévoir un signal indicatif des dépassements de capacité de l'appareil, c'est-à-dire des cas ou $\overline{(a^2)}^{1/2}$ n'est plus contenu dans l'intervalle $\frac{N}{2}, \frac{15N}{3}$.

Ceci peut être facilement effectué par deux compteurs de très faible capacité, un compteur totalisant le nombre de résultats de mesures inférieures à $\frac{N}{100}$ et un autre totalisant le nombre de résultats supérieurs à 15N, chacun de ces compteurs allume un voyant lorsque son contenu atteint un certain seuil.

On sait en effet que la probabilité pour qu'une variable aléatoire, gaussienne, de moyenne nulle et d'écart-type $\frac{N}{2}$ ait une valeur dont le module est inférieur à $\frac{N}{100}$ est 0,008, de même la probabilité pour qu'il soit supérieur à $\frac{3\,N}{2}$ est : 0,0027.

Des résultats s'écartant trop de ces valeurs indiquent alors de mauvaises mesures.

Le schéma de principe de ce mesureur de spectre de puissance est représenté figure VII. 2.

# ANNEXE I

# BRUITS DANS LES RÉACTEURS

Le signal fourni par un détecteur à fission est aléatoire, ceci est dû, comme nous l'avons vu au Chapitre I, au phénomène de détection lui-même et aussi aux fluctuations aléatoires de la population neutronique du réacteur. De nombreuses études ayant déjà été faites sur ce sujet [2, 6] nous ne faisons qu'en résumer les résultats les plus classiques.

On peut en général considérer que les fluctuations de puissance d'un réacteur son dues à une source de bruit blanc filtrée par la fonction de transfert source puissance du réacteur.

La source de bruit a la dimension d'un nombre de neutrons par seconde, son spectre de puissance est blanc d'intensité :

$$S_{(f)} = F_o \, \overline{\nu(\nu - 1)} = F_o \, \overline{(\nu^2 - \nu)}$$

$F_o$ est le taux de fissions dans le réacteur,

$\overline{\nu^2}$ est le carré de la variance du nombre de neutrons émis par fission,

$\bar{\nu}$ est la valeur moyenne de ce nombre de neutrons émis par fission.

Soit $T_{(f)}$ la fonction de transfert source nombre de neutrons dans le réacteur et $\eta_{(f)}$ le spectre de puissance des fluctuations du nombre de neutrons dans le réacteur.

$$\eta_{(f)} = |T_{(f)}|^2 \, S_{(f)}$$

Soit $\varepsilon$ l'efficacité du détecteur c'est-à-dire le quotient du nombre de fissions dans le détecteur au nombre de fissions dans le réacteur, $\varepsilon$ dépend de la sensibilité du détecteur et de la géométrie de l'ensemble réacteur-détecteur.

On a vu au Chapitre I que le détecteur ne traduit pas fidèlement les propriétés statistiques du phénomène à détecter, aussi le spectre de puissance du signal à la sortie du détecteur est de la forme :

$$\varepsilon F_o + \varepsilon^2 F_o \frac{\overline{\nu^2} - \overline{\nu}}{(\bar{\nu})^2} k_p^2 \, |T_{(f)}|^2$$

$k_p$ étant le facteur de multiplication des neutrons prompts.

Pour qu'on puisse discerner la partie corrélée du signal du bruit blanc de détection il faut que

$$\varepsilon \frac{k_p^2}{\overline{\nu^2}} (\bar{\nu}^2 - \bar{\nu}) \, |T_{(f)}|^2$$

soit au moins égal à 1 dans la bande de fréquence intéressante, ceci conduit à $\varepsilon \geqslant 10^{-4}$ [6] pour des réacteurs à neutrons thermiques, pour des fréquences inférieures à 10 Hz.

$3.10^{10}$ fissions par secondes correspondent sensiblement à une puissance de 1 Watt [2]. On voit que les détecteurs à fissions CF U7 ne permettent des mesures de bruit que pour des réacteurs de très faible puissance (inférieure à 1 Watt).

En général le bruit à la sortie de ces détecteurs peut être considéré comme un bruit blanc, pour des fréquences supérieures à quelques Hz.

## ANNEXE II

# CINÉTIQUE DES RÉACTEURS, NON LINÉARITÉS

Les équations cinétiques d'un réacteur, au voisinage de la criticalité et en négligeant l'influence des sources sont de la forme :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{n}{\theta} [k (1 - \beta) - 1] + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i C_i$$

$$\frac{dCi}{dt} = \frac{kn}{\theta} \beta_i - \lambda_i C_i \qquad \beta = \sum_{i=1}^{n} \beta_i$$

n étant le nombre de neutrons dans le réacteur, $\theta$ la vie moyenne des neutrons prompts, k la réactivité, $\beta_i$ le nombre de neutrons retardés du groupe i pour un neutron de fission, $\lambda_i$ la constante de désintégration de l'émetteur du groupe i, $C_i$ le nombre d'émetteurs du groupe i.

Ces équations ne sont pas linéaires et à une variation sinusoïdale de réactivité correspond une variation non sinusoïdale mais périodique de n.

Nous allons examiner l'importance des harmoniques par rapport au fondamental des variations de n(t) dans un cas très simple, en négligeant les neutrons retardés.

Dans ce cas

$$\frac{dn}{dt} = \frac{n}{\theta} (k - 1)$$

soit en intégrant

$$n_{(t)} = n_o \, e^{\int \frac{k(t) - 1}{\theta} dt}$$

si $$k_{(t)} - 1 = \varepsilon \sin \omega t$$

on a $$n_{(t)} = n_o \, e^{-\frac{\varepsilon}{\omega\theta} \cos \omega t}$$

soit

$$n_{(t)} = n_o \left[ 1 - \frac{\varepsilon}{\omega\theta} \cos \omega t + \frac{\varepsilon^2}{(\omega\theta)^2} \frac{\cos^2 \omega t}{2\,!} + \ldots + \left(\frac{\varepsilon}{\omega\theta}\right)^n \frac{\cos^n \omega t}{n\,!} \right]$$

Le fondamental de $n_{(t)}$ $n_1$ est de la forme :

$$n_1 = n_0 \left( - \frac{\varepsilon}{\omega\theta} - \frac{1}{8} \left(\frac{\varepsilon}{\omega\theta}\right)^3 - \frac{1}{48} \left(\frac{\varepsilon}{\omega\theta}\right)^5 \ldots \right)$$

Les non linéarités des équations se traduisent par l'adjonction de termes correctifs de l'ordre de $\left(\frac{\varepsilon}{\omega\theta}\right)^3$.

Si on veut négliger ces termes il faut que $\frac{\varepsilon}{\omega\theta}$ soit suffisamment faible.

L'harmonique 2 de $n_{(t)}$ est égal à

$$n_2 = n_o \left(\frac{3}{32}\frac{\varepsilon^2}{(\omega\theta)^2} + \frac{5}{144}\left(\frac{\varepsilon}{\omega\theta}\right)^4 + \ldots\right)$$

La valeur de l'harmonique m est de l'ordre de $\left(\frac{\varepsilon}{\omega\theta}\right)^m n_o$ en réalité ce calcul ne donne que la forme des termes correctifs, l'existence des neutrons retardés modifie considérablement les coefficients numériques.

En général $\left(\frac{n_1}{n_0}\right)$ est inférieur à $\frac{1}{100}$, l'harmonique 2 est alors inférieur au centième du fondamental.

## ANNEXE III

# MESURE OPTIMALE DE $A_{(\omega)}$ ET $B_{(\omega)}$

Nous entendons par méthode optimale, la méthode qui fournit comme résultat d'une mesure portant sur un échantillon $s^j(t)$ de durée D les valeurs $a^j$ et $b^j$ les plus probables, compte tenu de tous les renseignements que nous possédons a priori sur $s_{(t)}$, et de toutes les informations contenues dans l'échantillon $s^j(t)$ [7, 8].

Dans notre cas, nous connaissons avant la mesure elle même, la fréquence F de $\overline{s_{(t)}}$ et l'ordre de grandeur de l'amplitude de la modulation.

Nous avons vu que le signal $s_{(t)}$ n'est mesurable que par l'intermédiaire d'une suite de valeurs $s'(t_i)$ les instants $t_i$ étant périodiques, de fréquence $F_e = nF$ et $s'(t_i)$ représentant le résultat d'un comptage pendant le temps $t_i - \tau$, $t_i + \tau$.

Les échantillons $s'(t_i)$ sont aléatoires, on suppose leurs distributions de probabilités gaussiennes de moyennes :

$$s'(t_i) = 1 + a' \cos \omega t_i + b' \sin \omega t_i$$

et d'écart-type

$$\sigma_{(t_i)} = \sigma$$

De plus, on suppose que les échantillons ne sont pas correlés entre eux.

On appelle $P_{s'_j}$ (a', b') la probabilité pour que la suite des valeurs $\overline{s'_{t_i}}$ soit bien égale à la suite

$$1 + a' \cos \omega t_i + b' \sin \omega t_i$$

$P_{(a'\ b')}$ la probabilité a priori pour que les valeurs a' et b' soient bien les composantes sur cos ωt et sin ωt de $\overline{s'_{(t)}}$.

$P_{(a'\ b')}$ $(s'_j)$ la probabilité pour qu'avec les valeurs a' et b' on puisse avoir un échantillon $\overline{s'_j}$

$$P_{s_j}\ (a'\ b') = \frac{P_{(a'\ b')}\ P_{(a'\ b')}\ (s'_j)}{P\ (s'_j)}$$

Les valeurs données par la mesure doivent correspondre au maximum de $P_{s_j}$ (a' b'), ou ce qui revient au même au maximum de

$$P_{(a'\ b')}\ P_{a'\ b'}\ (s'_j)$$

$$P_{a'\ b'}\ (s'_j) = \prod_i P(s'^j_{t_i} = 1 + a' \cos \omega t_i + b' \sin \omega t_i + n_{(t_i)})$$

$$= \prod_i P(n_{(t_i)} = s'^j_{t_i} - 1 - a' \cos \omega t_i - b' \sin \omega t_i)$$

$$= \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(s'^j_{t_i} - 1 - a' \cos \omega t_i - b' \sin \omega t_i)^2} \right]^H$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right)^H e^{-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_i (s'_{t_i} - 1 - a' \cos \omega t_i - b' \sin \omega t_i)^2}$$

H étant le nombre d'échantillons sur lesquels pose la mesure.

Si l'intervalle $s'_j$ porte sur un nombre entier de périodes et si la fréquence d'échantillonnage $F_e$ est suffisamment grande les termes $\sum_i a' \cos \omega t_i$, $\sum_i b' \sin \omega t_i$ et $\sum_i a' b' \cos \sin$ sont nuls.

$$P_{a' b'} (s'_j) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\right)^H e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_i s'^2_{t_i} + 1 + a'^2 \cos^2 \omega t_i + b'^2 \cos \omega t_i^2 - 2a' s'_{t_i} \cos \omega t_i - 2b' s'_{t_i} \sin \omega t_i - 2 s'_{t_i}}$$

$$P_{a' b'} = \frac{1}{2\pi\sigma_{ab}^2} e^{-\frac{1}{2\sigma_a^2}(a'^2 + b'^2)}$$

$$P_{s_j} (a' b) = C^{te} \times e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_i s' \quad + 1 + a' \cos \omega t + \ldots - \frac{1}{2\sigma_a^2}(a'^2 + b'^2)}$$

$$\frac{d(\text{Log } P_{s_j} (a' b'))}{da'} = -\frac{1}{\sigma^2} \Sigma a' \cos^2 \omega t_i - s'_{t_i} \cos \omega t_i) - \frac{1}{\sigma_a^2} a'$$

$$\frac{d(\text{Log } P_{s_j} (a' b'))}{db'} = -\frac{1}{\sigma^2} \Sigma (b' \sin^2 \omega t_i - s'_{t_i} \sin \omega t_i) - \frac{1}{\sigma_a^2} b'$$

$$a' \left(\Sigma \frac{\cos^2 \omega t_i}{2} + \frac{1}{\sigma_a^2}\right) = \Sigma \frac{1}{\sigma^2} s'_{t_i} \cos \omega t_i$$

$$a' = \frac{\Sigma s'_{t_i} \cos \omega t_i}{\Sigma \cos^2 \omega t_i + \frac{\sigma^2}{\sigma_a^2}}$$

$$b' = \frac{\Sigma s'_{t_i} \sin \omega t_i}{\Sigma \sin^2 \omega t_i + \frac{\sigma^2}{\sigma_a^2}}$$

La méthode de mesure optimale de $a'_{(\omega)}$ et $b'_{(\omega)}$ consiste donc à calculer $\Sigma s'(t_i) \cos \omega t_i$ et $\Sigma s'(t_i) \sin \omega t_i$.

Les choix de la fréquence d'échantillonnage et des durées D et $\tau$ sont discutés dans le Chapitre III.

# ANNEXE IV

# CIRCUITS INTÉGRÉS M.E.C.L.

## ALIMENTATION, NIVEAUX LOGIQUES

Les tentions d'alimentations recommandées par le constructeur sont : -5,2 Volts et -1,15 Volt. Le débit sur la tension -1,15 Volt est très faible et le constructeur a prévu un circuit MC 354 qui peut alimenter une dizaine de circuits sous cette tension.

Les niveaux logiques avec ces tensions d'alimentation sont - 0,75 Volt que nous avons choisi pour niveau "1" et - 1,55 Volt qui est donc le niveau "0".

## CIRCUITS COMBINATOIRES

Ils ont un temps de propagation de l'ordre de 6 ns. Les durées des transitions entre niveaux logiques à leur sorties sont inférieures aux durées des transitions à leurs entrées mais au moins égales à 10 ns.

### MC 351 - Porte à 5 entrées

Ce circuit effectue les fonctions OU et NON OU avec les niveaux logiques que nous avons définis, il peut commander 26 circuits.

### MC 356 - Porte à 3 entrées

Il effectue les fonctions OU et NON OU. On peut lui adjoindre des circuits expanseurs qui permettent de porter le nombre des entrées de l'ensemble à 25.

Il peut commander 26 circuits.

### MC 359 - Double porte

Ce circuit a 4 entrées et réalise les fonctions NON OU respectivement entre les entrées 1 et 2, 3 et 4.

Il peut commander 26 circuits.

### MC 353 - Demi additionneur

Lorsque les variables X, $\bar{X}$, Y et $\bar{Y}$ sont appliquées à ses entrées il fournit les fonctions

$$\bar{X}Y + X\bar{Y}\ ,\ XY \text{ et } \overline{X + Y}$$

### MC 355 - Expanseur

Il a 5 entrées et 2 sorties qui peuvent être reliées aux circuits MC 356.

## CIRCUITS MEMOIRES

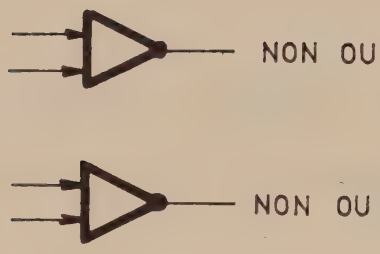
Ils ont un temps de propagation de l'ordre de 10 ns.

### MC 352 - Bistable RS

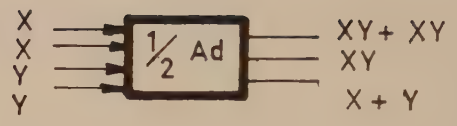
4 entrées $R_1$ $R_2$ $S_1$ $S_2$ 2 sorties Q et $\bar{Q}$.

MC 351

MC 356




MC 359

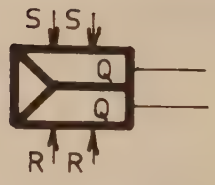



MC 353

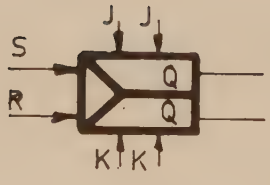
MC 355

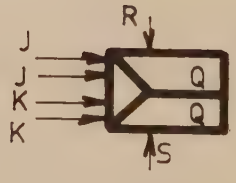
MC 355 & MC 356

Ou




MC 352




MC 358

Le bistable est sensible aux fonctions $R = R_1 + R_2$ et $S = S_1 + S_2$.

Lorsque R = 1 le bistable est dans l'état Q = 0,

Lorsque S = 1 Q = 1

Lorsque R = 0 et S = 0 le bistable ne change pas d'état,

Lorsque R = 1 et S = 1 l'état que prend le bistable n'est pas déterminé.

On peut augmenter le nombre d'entrées R (25 maximum) en ajoutant des circuits expanseurs MC 355.

Le temps de basculement de ce bistable est de 8 ns.

MC 358 - Bistable JK

6 entrées $R_1$ $S_1$ $J_1$ $J_2$ $K_1$ $K_2$ 2 sorties Q et $\bar{Q}$.

- Action des signaux en R et S

On retrouve le fonctionnement du bistable RS, en maintenant soit le signal R soit le signal S, on provoque le blocage du bistable JK (les entrées J et K n'ont plus aucun rôle) dans l'état correspondant à R ou S.

- Action des signaux $J_1$ $J_2$ $K_1$ $K_2$

Les entrées $J_1$ $J_2$ excitent le bistable par l'intermédiaire de la fonction $J = J_1 + J_2$, de même $K_1$ et $K_2$ n'interviennent que par l'intermédiaire de $K_1 + K_2$.

Seules les transitions entre les niveaux "0" et "1" de $J_1 + J_2$ et $K_1 + K_2$ ont une action sur le bistable.

Les transitions "0" "1" sur J portent le bistable dans l'état Q = 1, les transitions "0" "1" sur K le portent dans l'état $\bar{Q} = 1$ et les transitions "0" "1" appliquées simultanément sur J et K font changer d'état le bistable quel que soit son état initial.

- Limitations

Les transitions sur les entrées $J_1$ $J_2$ $K_1$ ou $K_2$ doivent durer moins de 120 ns pour exciter le bistable.

# BIBLIOGRAPHIE


[1] DUCHENE J. Thèse Ingénieur Docteur - Rapport CEA N° R 2373, 1965.

[2] BLAQUIERE A. Théorie de la réaction de fission en chaîne. Presses universitaires de France, 1962.

[3] TRETIAKOFF-VIDAL-CARREE-ROBIN Rapport CEA N° R 2487, 1964.

[4] RAIEVSKI V. Physique des Piles Atomiques. Presses universitaires de France, 1960

[5] FREYCENON J. Rapport CEA N° R 2503. Reator Science and Technologie Part. A/B 1964 - Vol. 18.

[6] THIE J. Reactor Noise. AEC Monograph Rowman and Littlefield 1963.

[7] WOODWARD. Probabilité, analyse frequentielle, information, théorie du radar, Eyrolles, 1960.

[8] WAINSTEIN - ZUBAKOV. Extraction of signals from noise. Prentice Hall.

[9] POTTIER J. Onde Electrique 1955 - 35 - 343.

[10] NASLIN P. Circuits logiques et automatismes a séquences. DUNOD, 1960.

MONTGOMERY PHISTER, JR. Logical Design of Digital Computer. John Wiley and sons, 1958.

[11] POTTIER J. Proceeding of the first international congress of the International Federation of Automatic Control, Moscou, 1960.

[12] SUSSKIND. Notes on analog-digital conversion techniques. Wiley and Technologie Press, 1957.

[13] MAX J. Bulletin d'Informations Scientifiques et Techniques. Septembre 1965.

BLACKMAN RB and TUKEY JW. The measurement of power spectra. DOVER Publication, 1958.


Manuscrit reçu le 17.4.67

Cette thèse a été effectuée au Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay, au Service d'Instrumentation Nucléaire du Département d'Electronique Générale.

Je remercie le Commissariat à l'Energie Atomique qui m'a permis d'effectuer ce travail dans des conditions matérielles très agréables.

Je pris Madame le Professeur MARTY qui a bien voulu patronner ce travail de recevoir l'expression de ma respectueuse gratitude.

Je remercie Monsieur POTTIER, Chef du Service d'Instrumentation Nucléaire, pour l'attention qu'il a portée à ce travail et les conseils qu'il m'a donnés en de nombreuses occasions.

Je remercie tout particulièrement Monsieur FREYCENON pour les conseils et l'aide qu'il m'a constamment accordés aussi bien pendant l'étude et la réalisation de l'appareillage que pendant la rédaction de cette thèse.

L'appareillage a été réalisé en collaboration avec Monsieur CHERON, je le remercie pour le concours qu'il m'a ainsi apporté.

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

Vu et approuvé :
Orsay, le 16 Novembre 1966
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
J. BERGERARD.

Vu
et Permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie
de Paris,
J. ROCHE.

IMPRIMERIE LOUIS-JEAN
*Publications littéraires et scientifiques*
TYPO - OFFSET
05 - GAP - Téléphone 14-23/14-24
Dépot légal : n° 40 - 1968